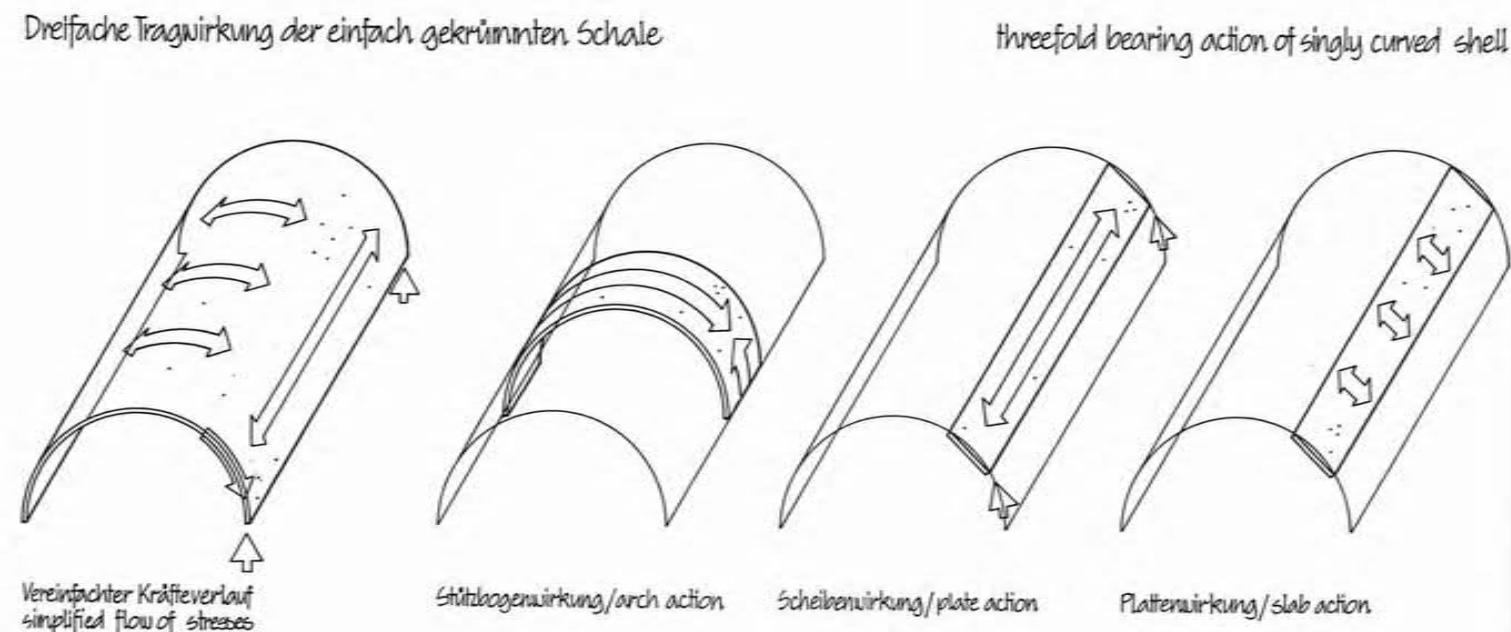
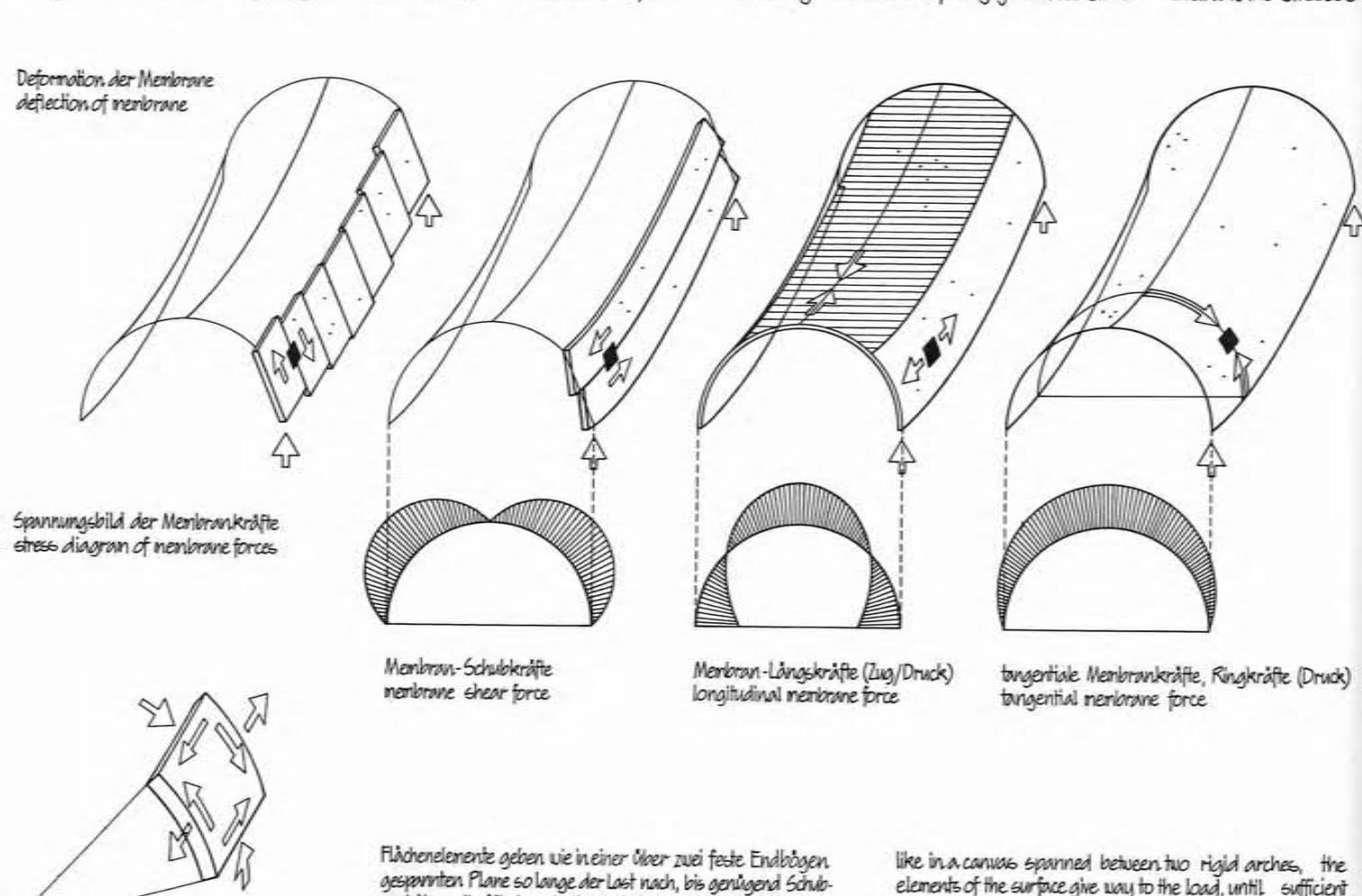


Dreifache Tragwirkung der einfach gekrümmten Schale



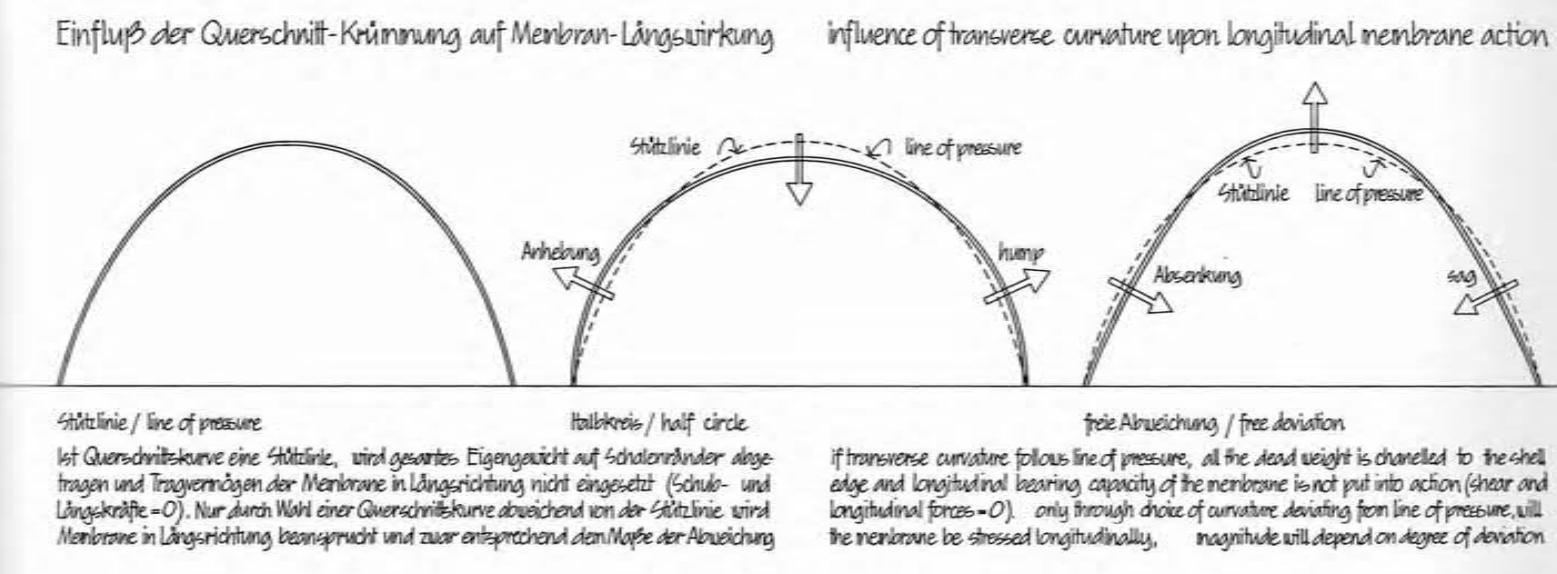
threefold bearing action of singly curved shell

Tragmechanismus der einfach gekrümmten Schale. Membrankräfte

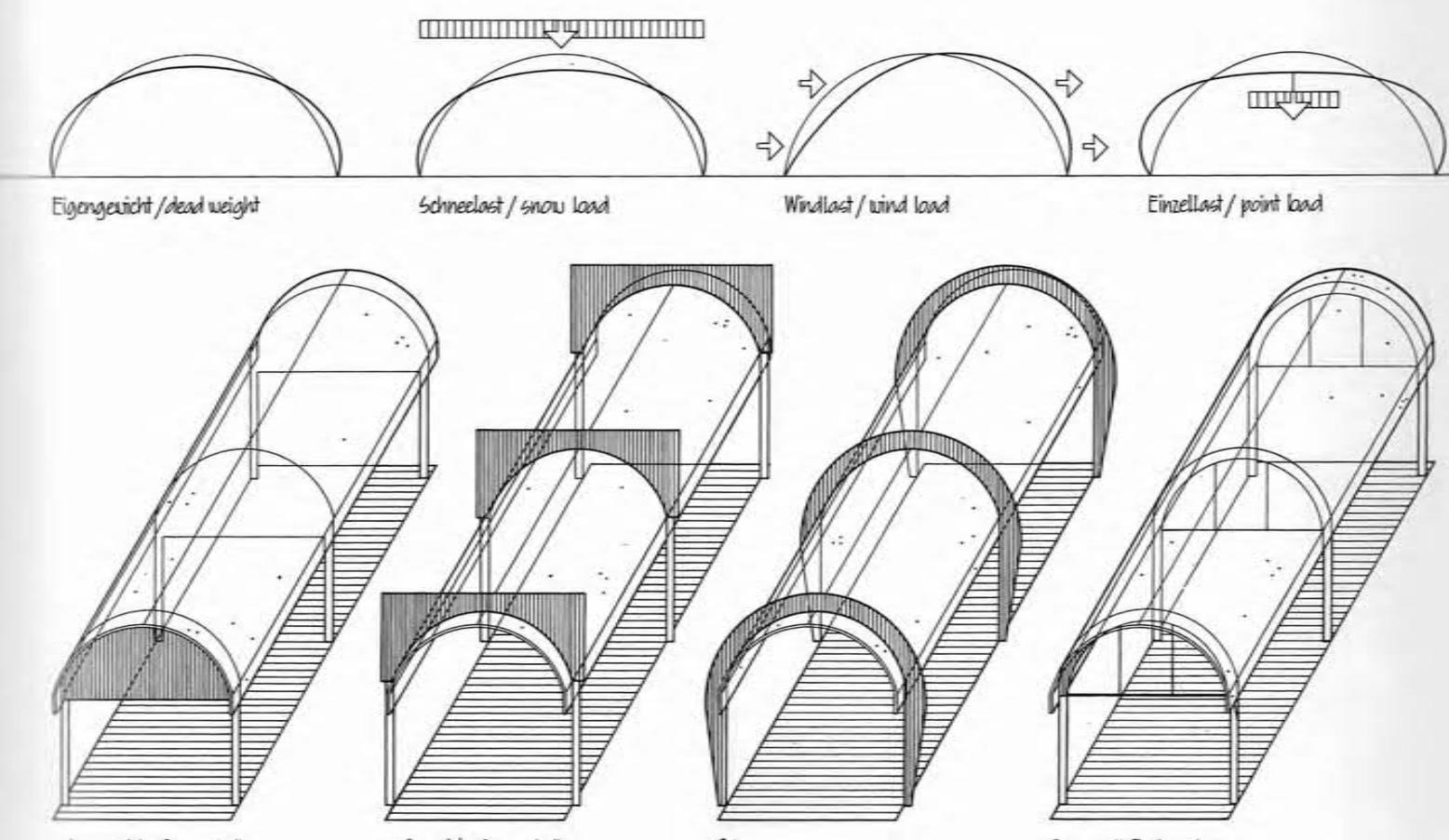


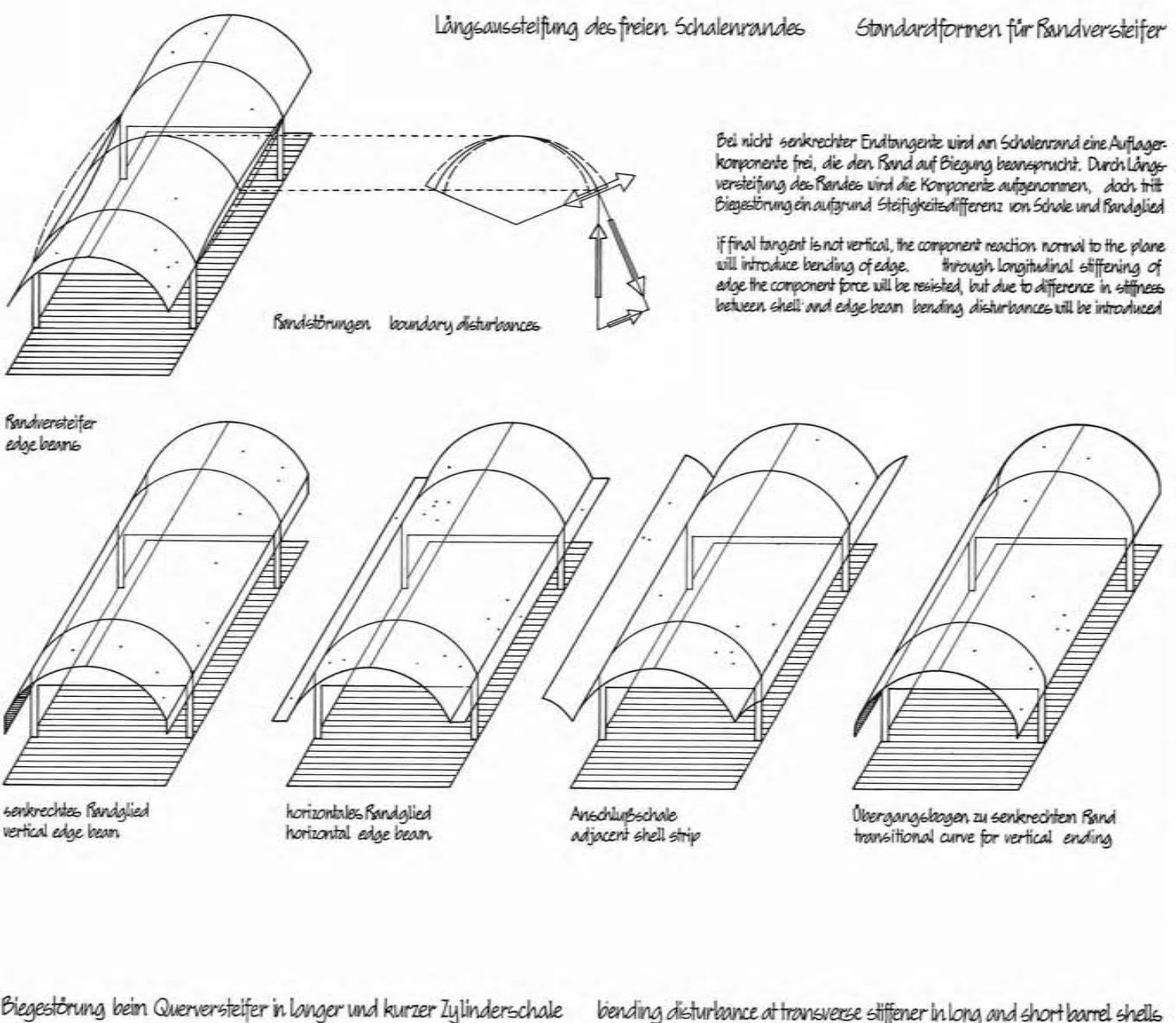
bearing mechanism of singly curved shell      membrane stresses

Einfluß der Querschnitt-Krümmung auf Membran-Längswirkung

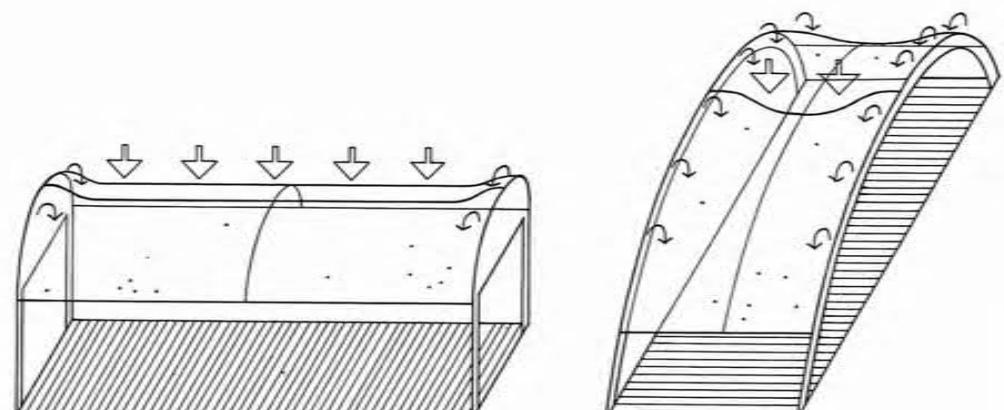


Aufsteifung gegen kritische Verformung der Querschnitt-Profiles  
Standardformen für Querversteifer





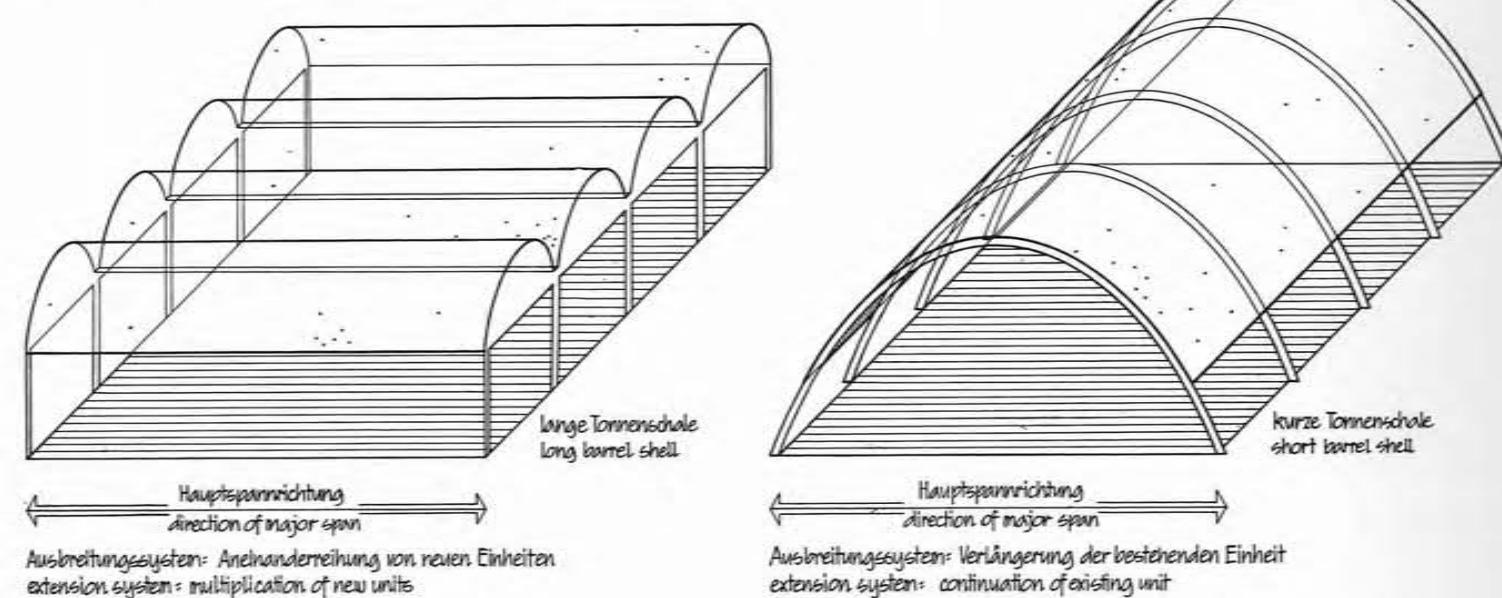
Ringkräfte (Druck) bewirken Verkürzung der Querfasern und Absinken des Bogeneckteils. In Nähe der Querversteifer kann sich diese Verformung nicht einstellen und es entsteht Biegung. In der langen Tonnenschale ist Biegestörung auf schmale Endflächen beschränkt. In der kurzen Tonnenschale erstreckt sich Biegestörung wegen des größeren Radius und des näheren Binderabstandes über größeren Flächenanteil.



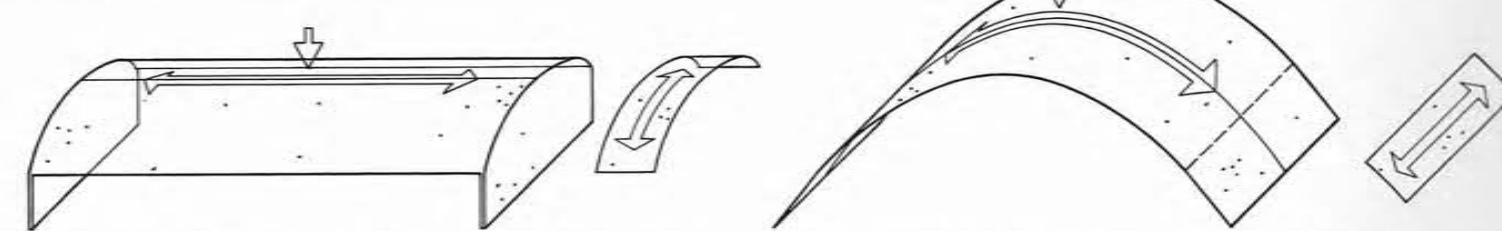
Unterschied zwischen langer Tonnenschale und kurzer Tonnenschale

difference between long barrel shell and short barrel shell

Spannrichtung und Ausbreitungssystem / direction of major span and system of extension

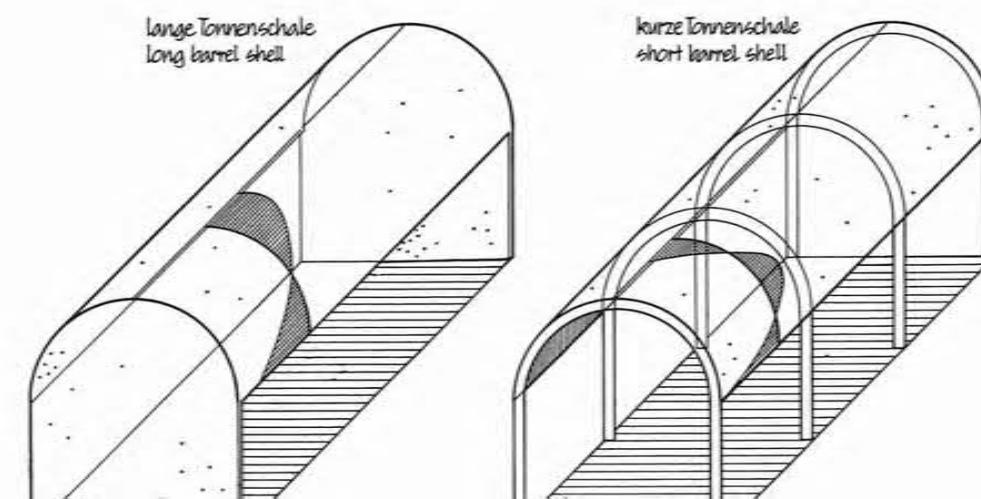


Tragmechanismus / bearing mechanism



Tragmechanismus beruht hauptsächlich auf Scheibenwirkung. Krümmungswirkung (Stützung, Aufhängung) ist sekundär und dient der Abtragung  
bearing mechanism rests mainly upon plate action. arch action (or suspension action) is minor and serves to receive asymmetrical loads

Tragmechanismus beruht hauptsächlich auf Bogenwirkung (daher Stützlinienform). Scheibenwirkung ist sekundär und dient der Abtragung  
bearing mechanism rests mainly upon arch action (therefore catenary form). plate action is minor and serves to receive asymmetrical loads

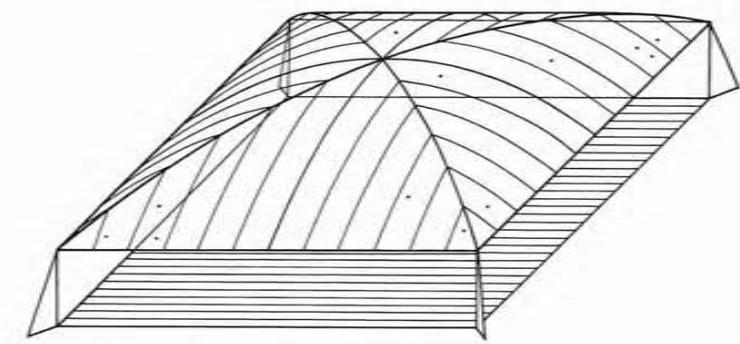
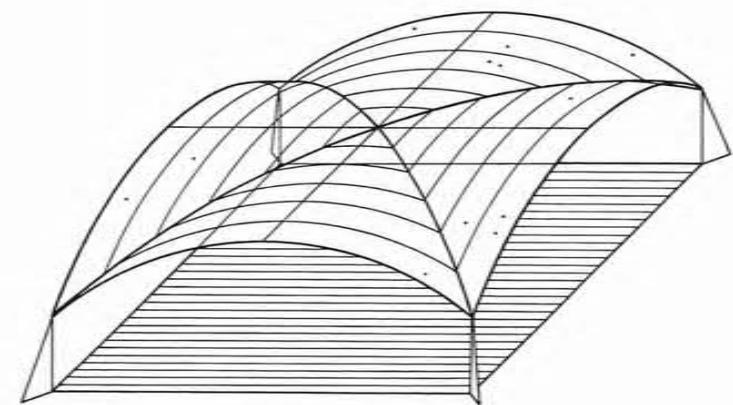


Mit kürzer werdender Tonne wird der Einfluß der Verformbarkeit des Querprofiles stärker, und die Vertikalprojektion der Längsspannungen ist nicht mehr geradlinig (wie im Balkenträger), sondern gekrümmt und mag sogar im oberen Schalenbereich wieder Zug werden

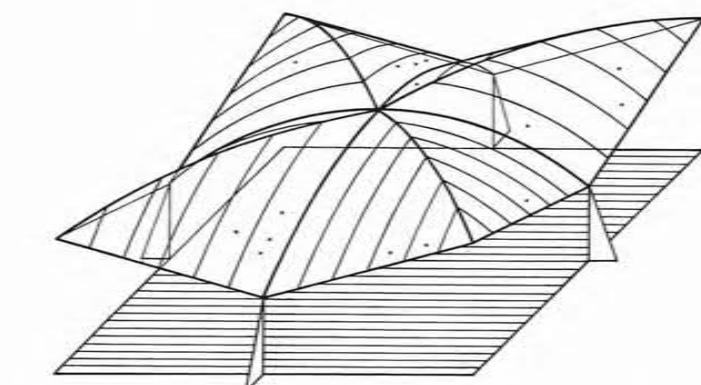
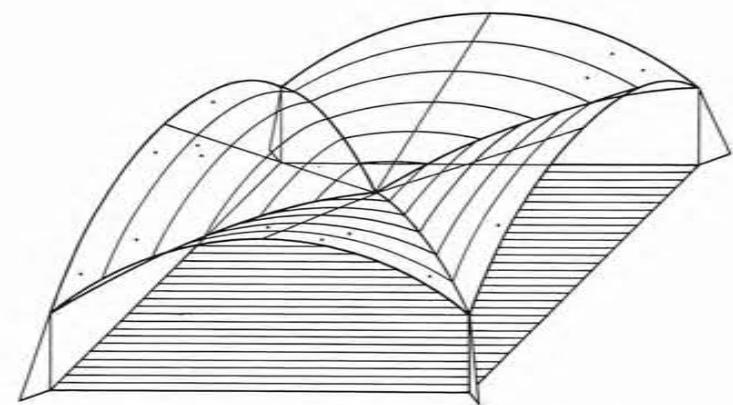
as the barrel becomes shorter, the deformability of the transverse profile becomes more influential and the vertical projection of the longitudinal stresses is no longer straight-line (as in a beam) but curved, and may even become tension again in the upper shell area

Tragsysteme aus sich durchdringenden zylindrischen Flächen

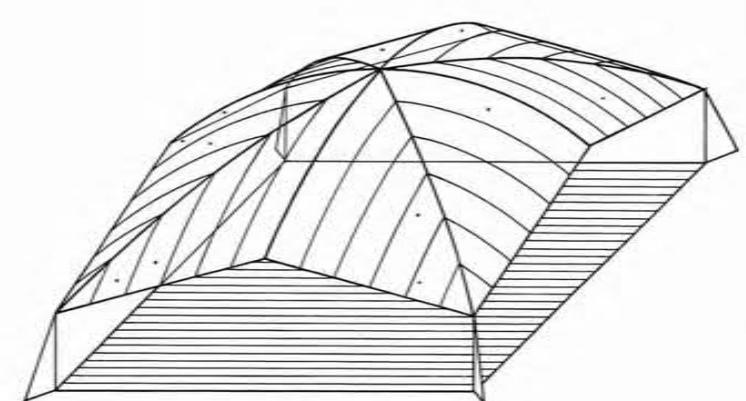
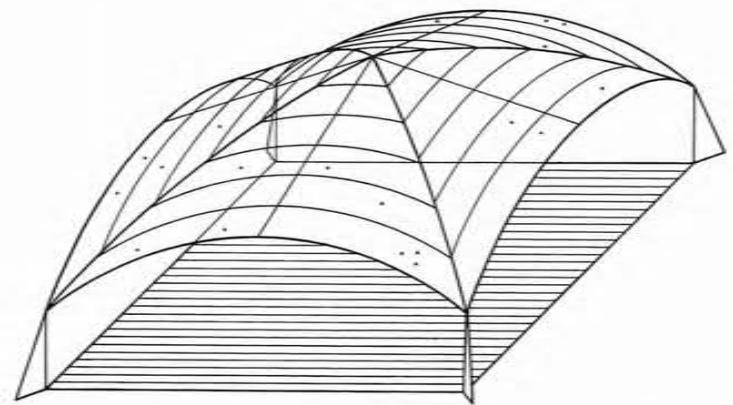
structure systems through interpenetration of cylindrical surfaces



Flächenerzeugende in einer Ebene / generatrices in one plane

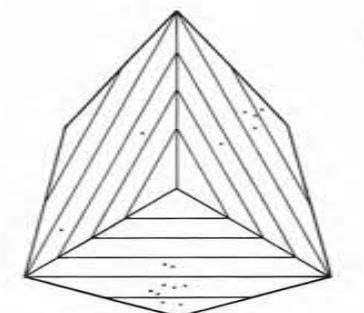
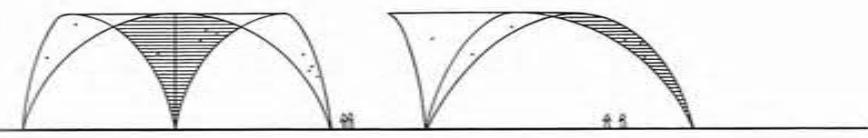


Flächenerzeugende zur Mitte zufallend / generatrices sloping toward center

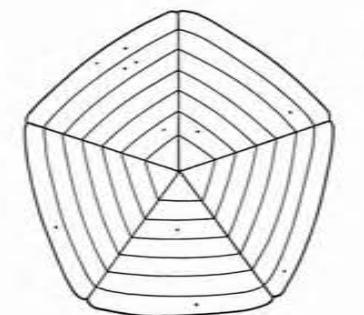
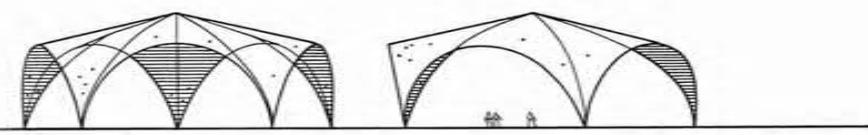
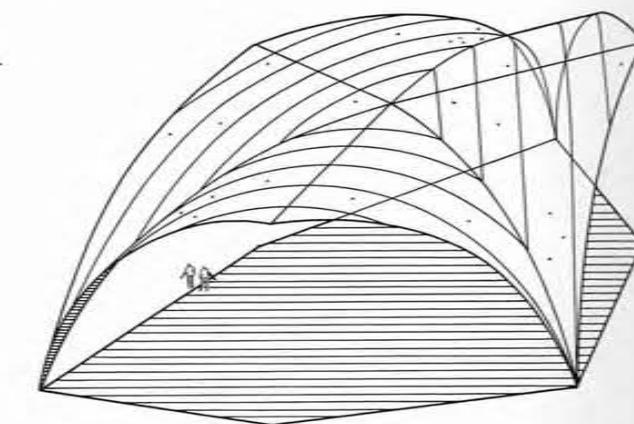


Tragsysteme aus sich durchdringenden zylindrischen Flächen

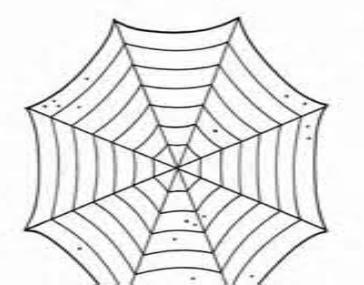
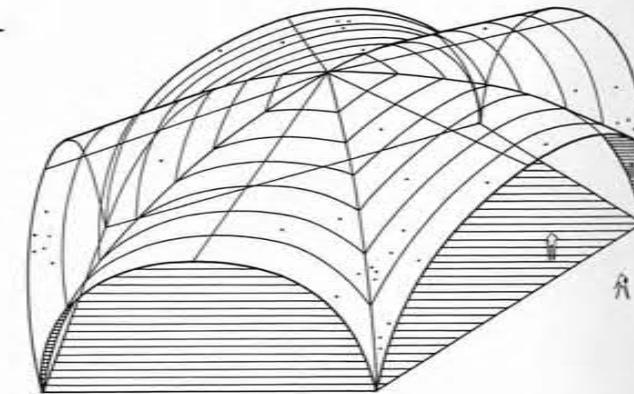
structure systems through interpenetration of cylindrical surfaces



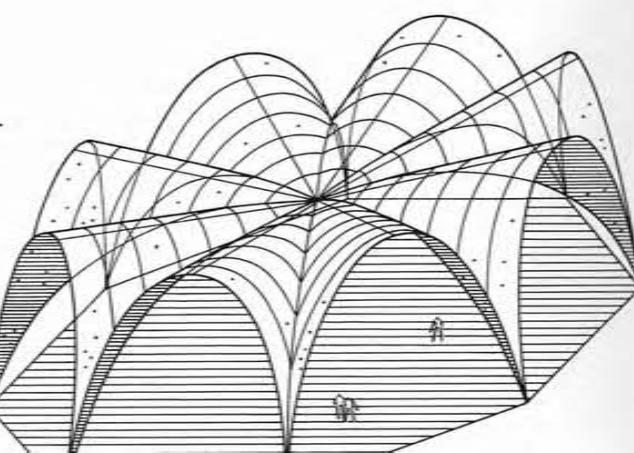
Sexteck-Grundriss mit drei Zylindersegmenten  
hexagonal plan with three cylindrical segments



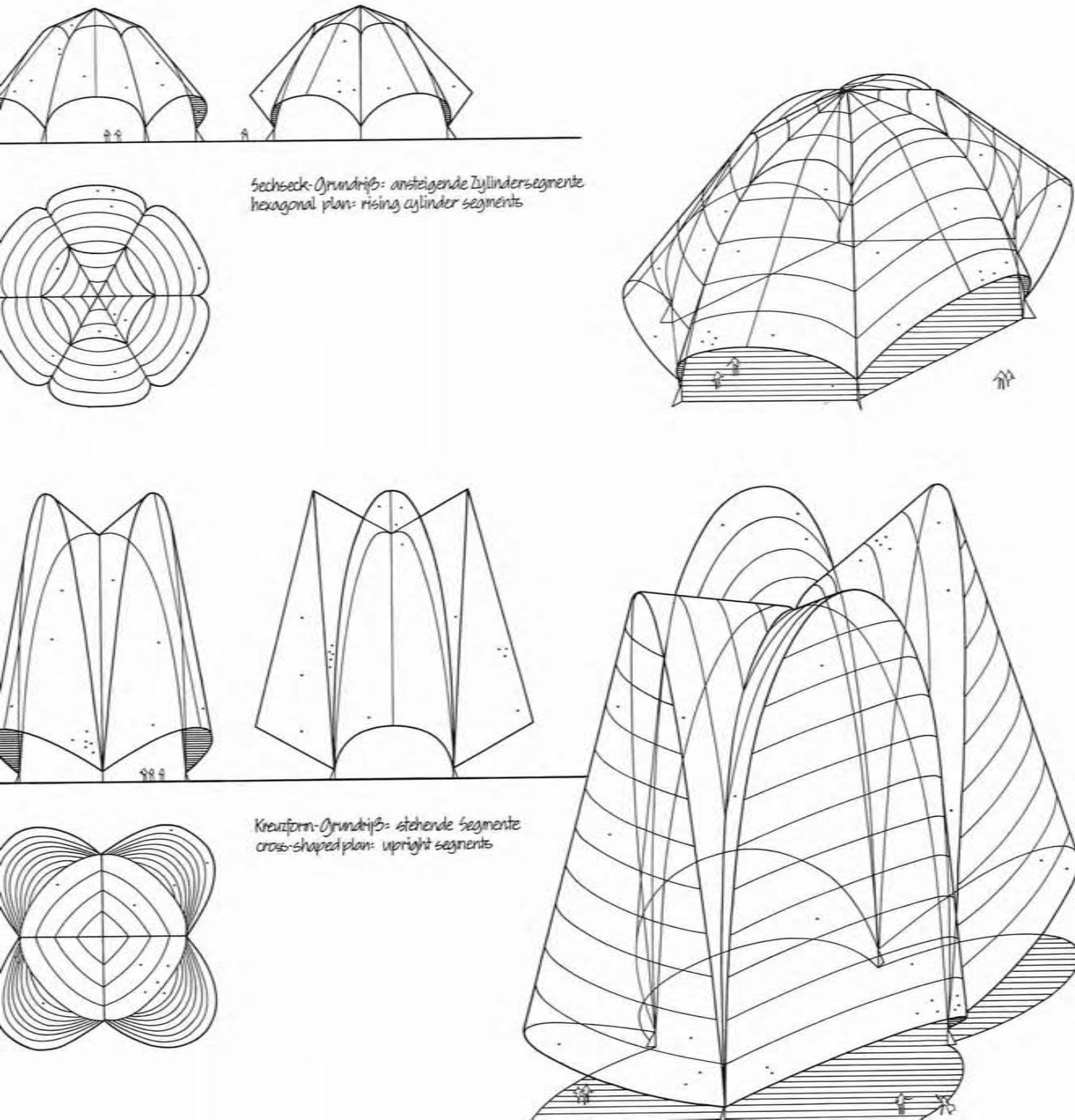
Fünfeck-Grundriss mit ansteigenden Segmenten  
pentagonal plan with segments rising toward center



Achteck-Grundriss mit fallenden Segmenten  
octagonal plan with segments sloping toward center

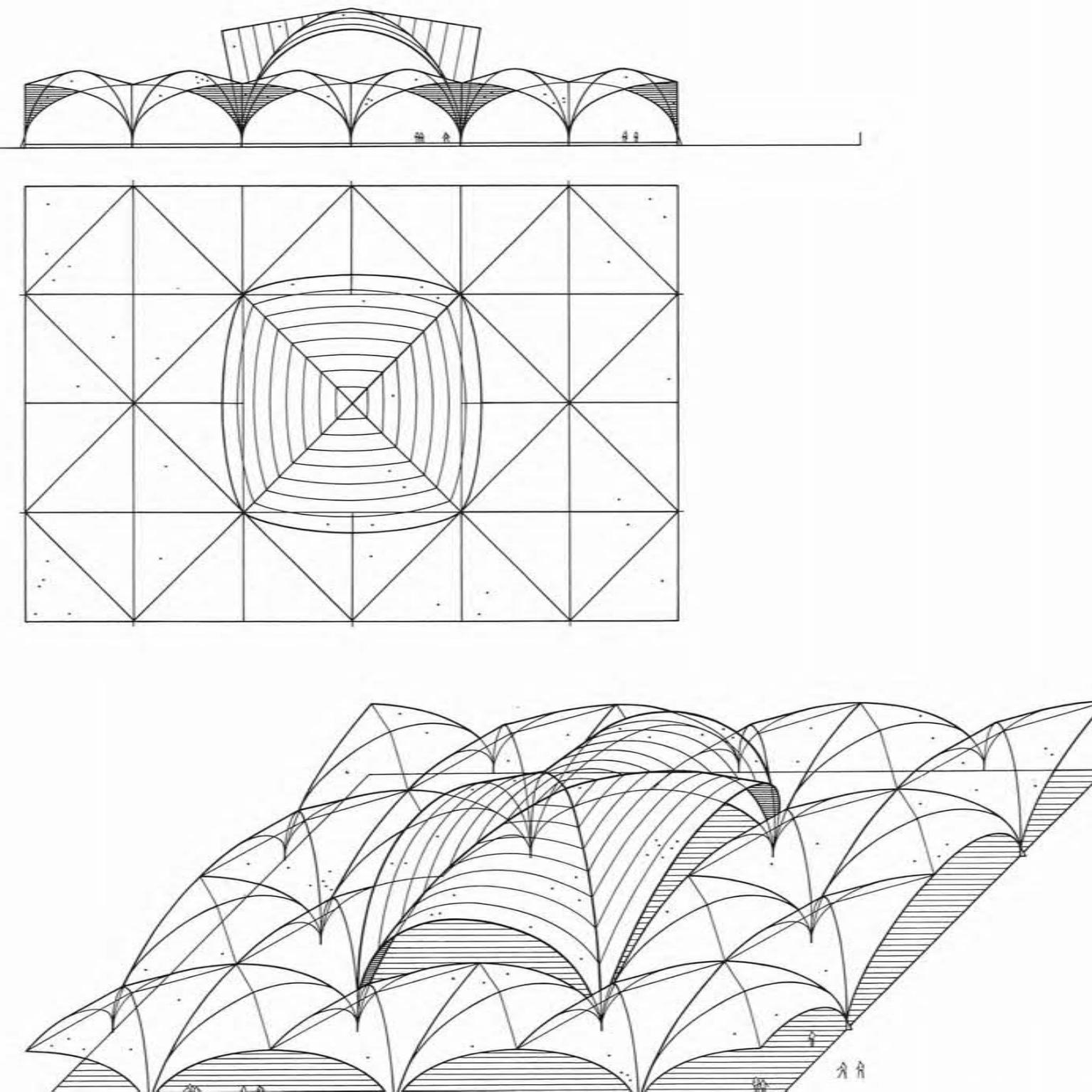


Tragsysteme aus Durchdringung gefalteter Zylinderflächen  
structure systems through interpenetration of folded cylindrical surfaces

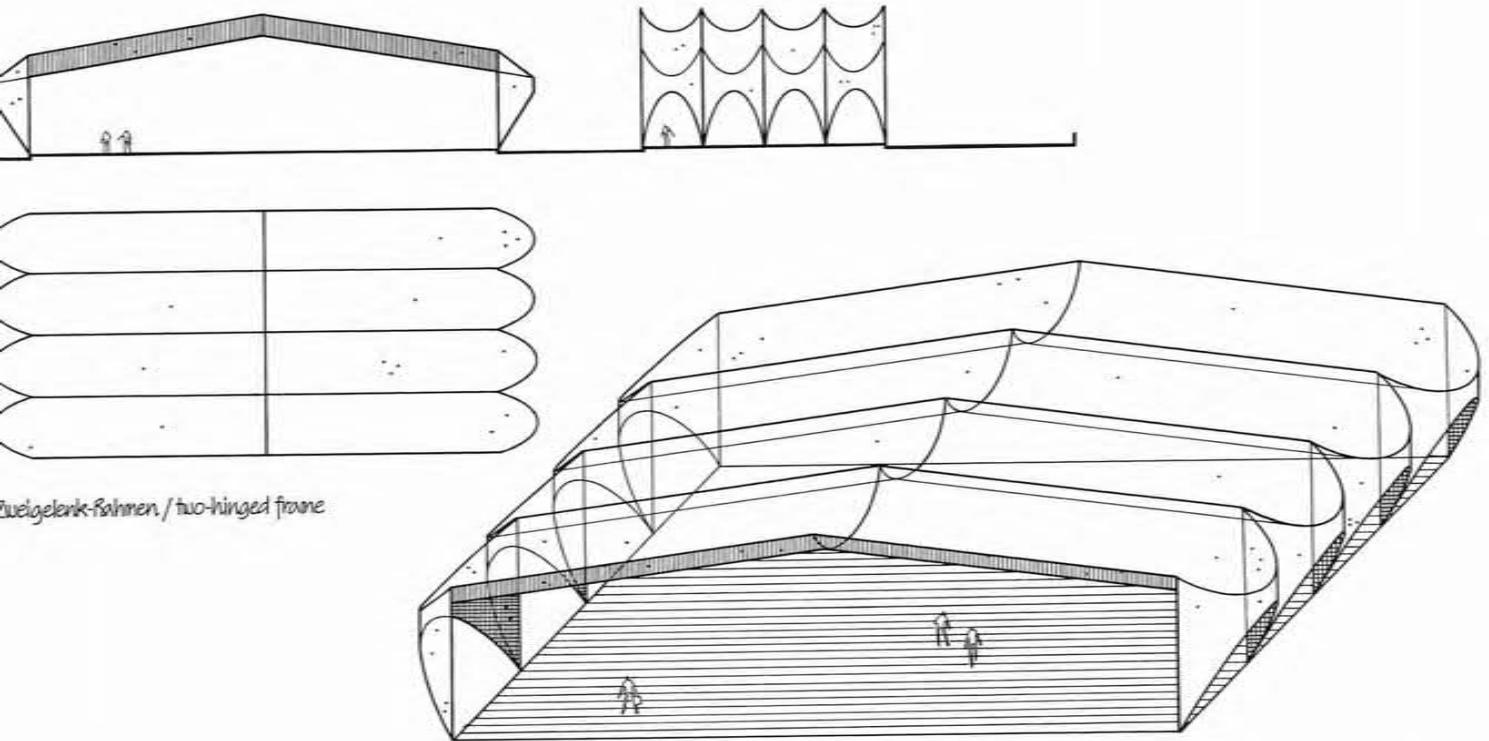


Tragsystem aus Durchdringung gefalteter Zylinderflächen  
Komposition von sich diagonal kreuzenden Flächen über quadratischen Raster

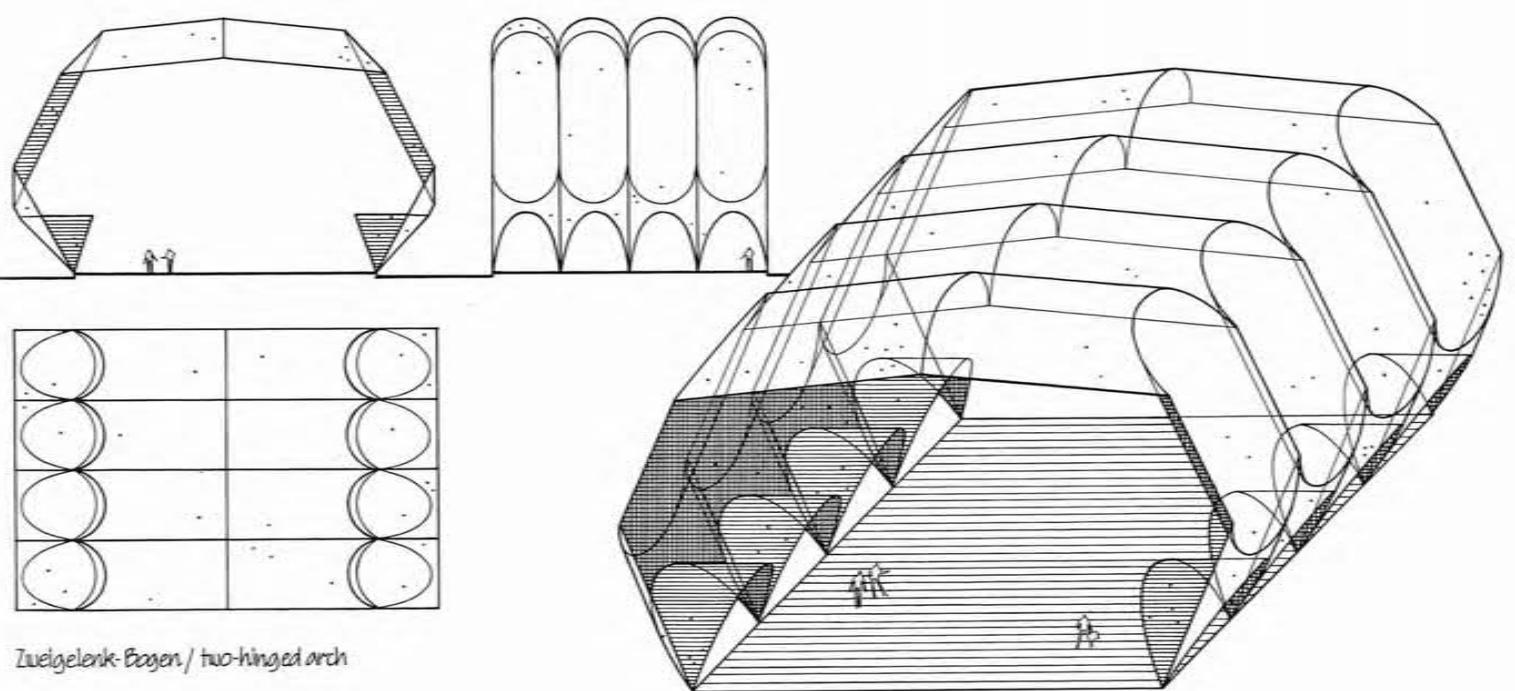
structure systems through interpenetration of folded cylindrical surfaces  
composition of cylindrical surfaces crossing diagonally over square grid plan



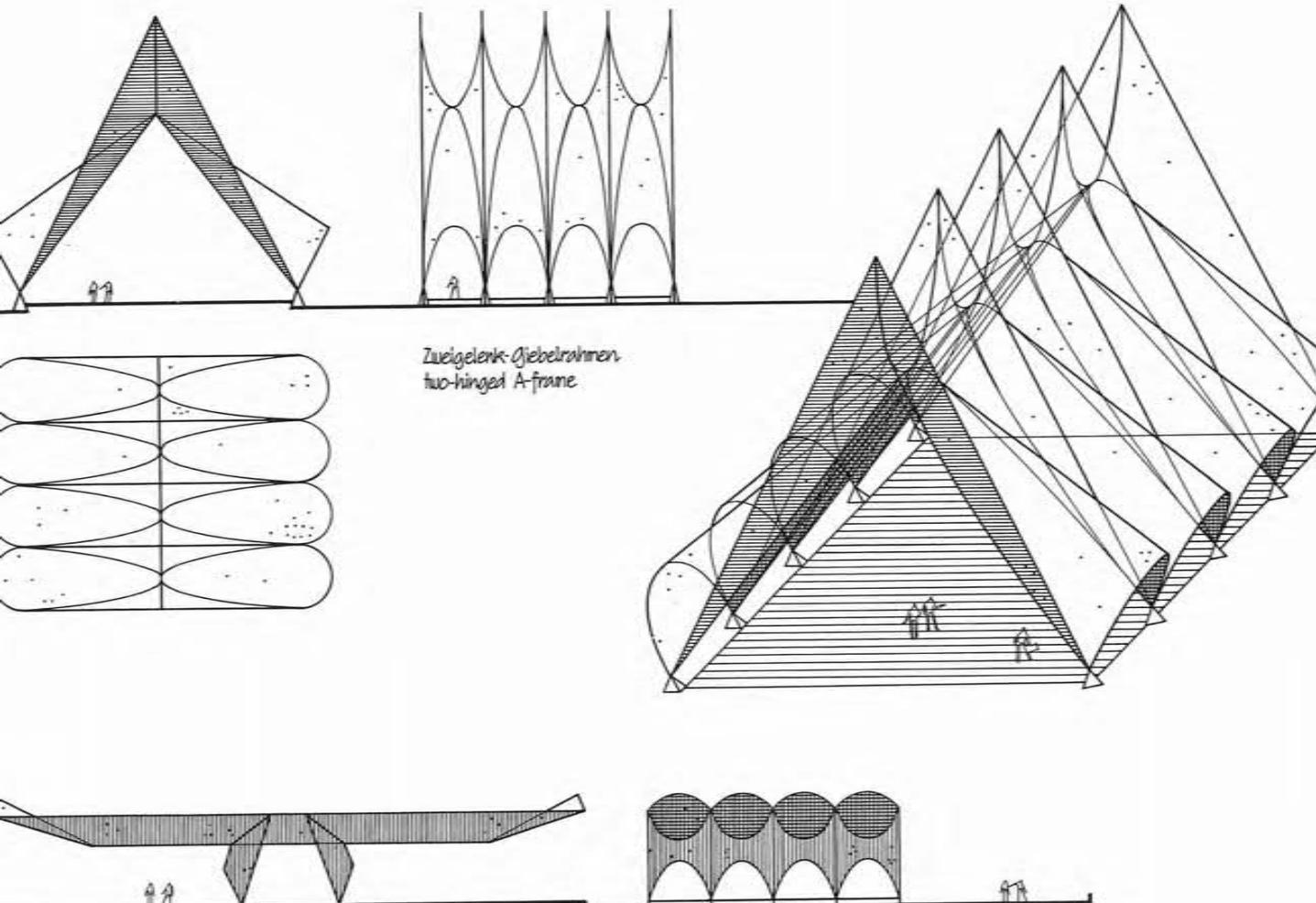
lineare Tragsysteme aus gefalteten Zylinderflächen



Lineare Tragsysteme aus gefalteten Zylinderflächen

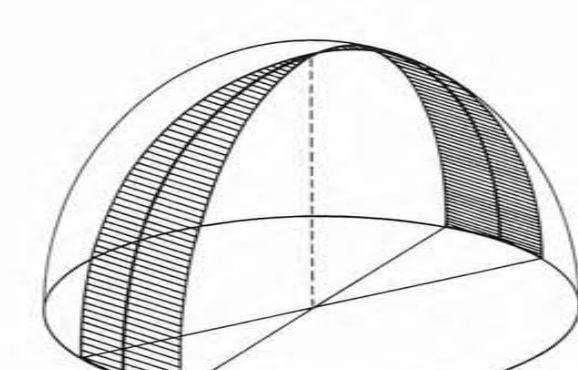


lineare Tragsysteme aus gefalteten Zylinderflächen

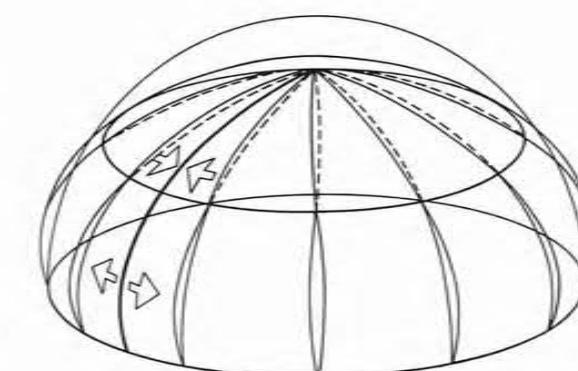


linear structure systems composed of folded cylindrical surfaces

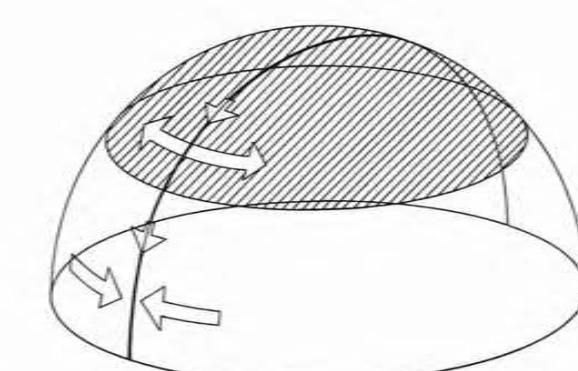
Tragmechanismus der Kugel-(Rotations-) Schale



Aufteilung in Segmente division into segments

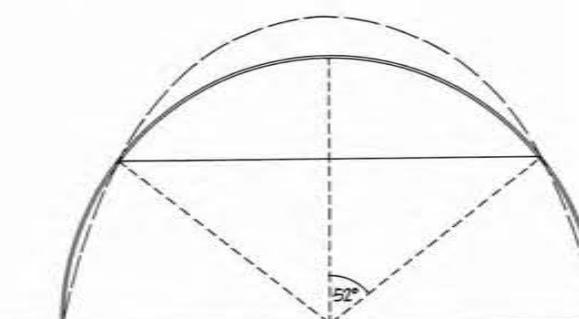


Deformation der Segmente deflection of segments

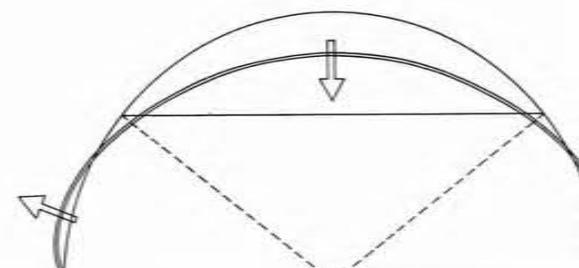


Wirkung der Ringform effect of hoop form

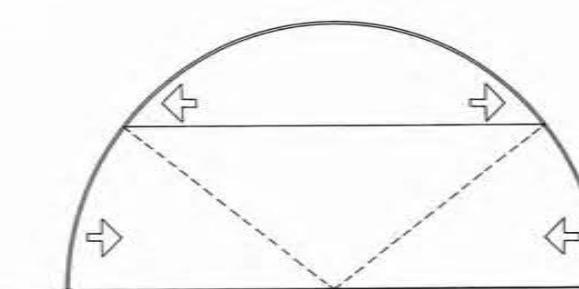
bearing mechanism of spherical (rotational) shell



Querschnittskurve zweier gegenüberliegender Segmente fällt nicht mit der eigentlichen Stützlinie zusammen. Vorzeichen der Abweichung ändert sich in Höhe von  $52^\circ$  gemessen vom Scheitelpunkt. curvature of arch formed by two opposite segments differs from their actual pressure line. difference changes sign at  $52^\circ$  elevation measured from crown.



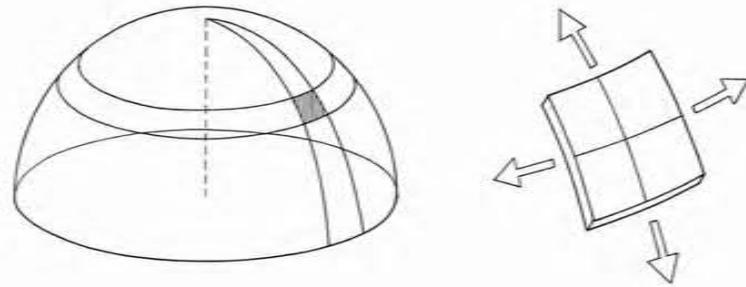
Oberteile der Segmente senken sich und überlappen mit ihren Kanten bei geringer werdender Rundung. Unterteile dringen nach außen und klaffen auf bei größer werdender Rundung. upper parts of segments sag and overlap at edges while reducing their curvature. lower parts bulge and split open while increasing their curvature.



Horizontale (Ring-)Kontinuität widersteht der Deformation, wobei sich der obere Teil wie eine Folge aufeinander geschichteter Druckringe verhält, der untere wie eine Folge von Zugringen. horizontal (hoop) continuity resists deflection while upper part acts like a series of horizontal compression rings and the lower part like a series tension rings.

Das Vermögen der Kugelschale Ringkräfte zu bilden verhindert Ausweichen der Membrane.

## Membrankräfte in Rotationsschalen unter symmetrischer Belastung

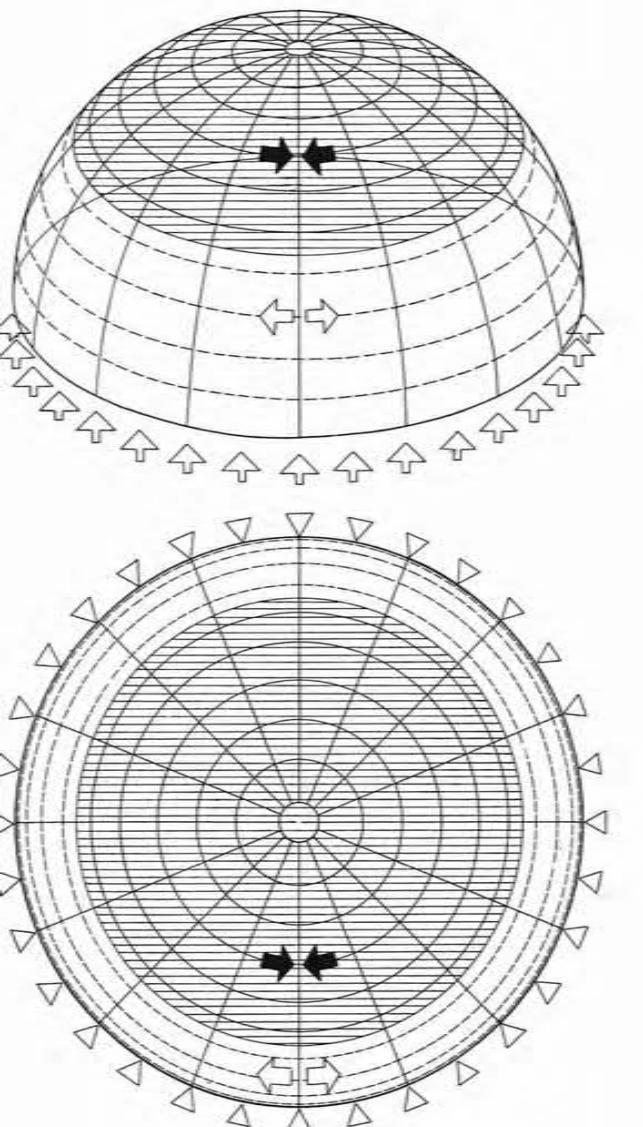


## membrane forces in rotational shells under symmetrical loading

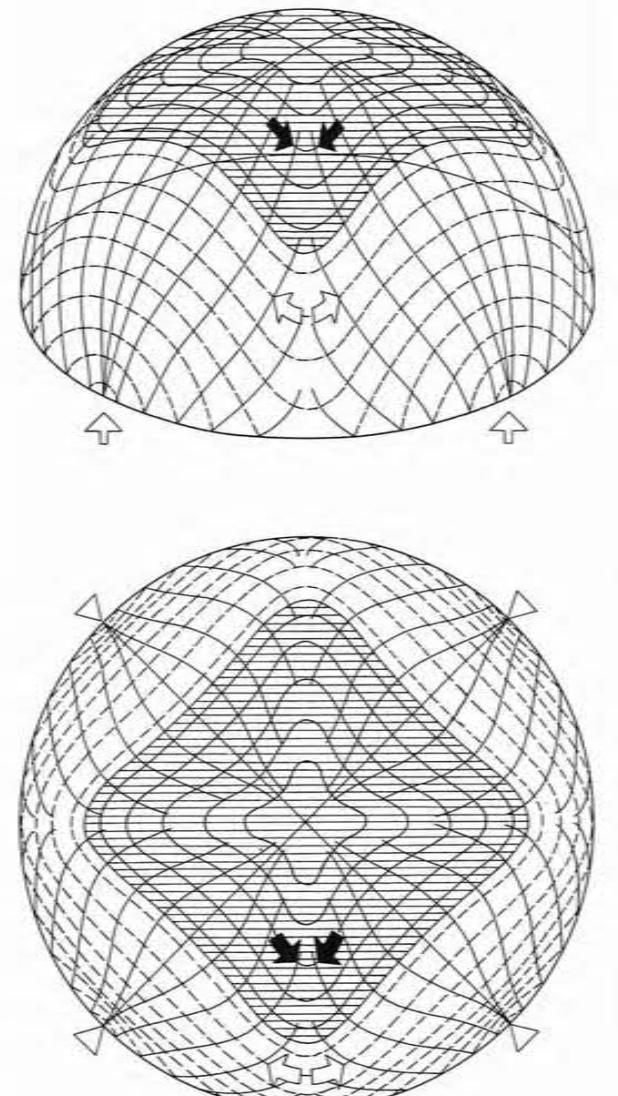
Das heraus geschnittene Schalelement wird allein durch die Meridiankraft und die Ringkraft im Gleichgewicht gehalten. Wegen symmetrischer Belastung werden in keinem Querschnitt Scherkräfte erzeugt

the shell element will be kept in equilibrium solely by the meridional force and by the hoop force. because of symmetrical loading no shear will be developed in any section of shell

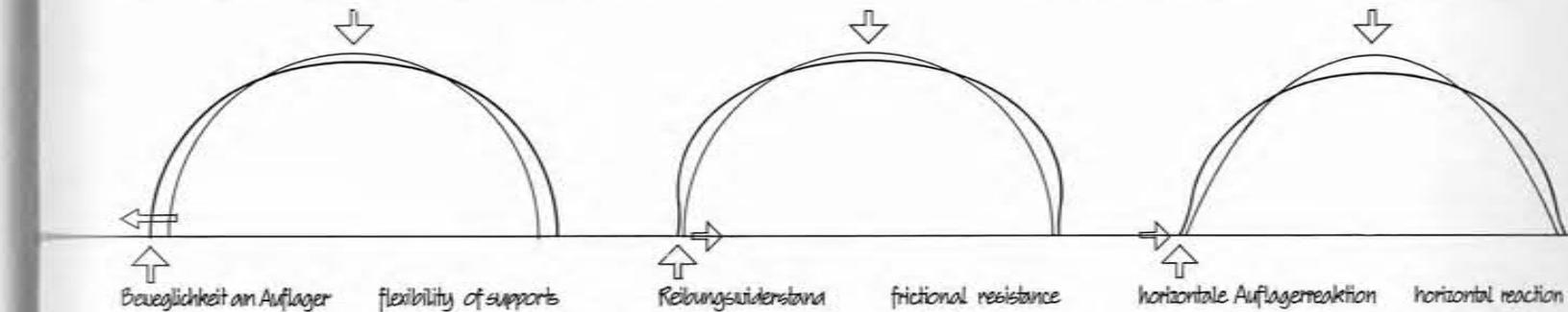
## Kraftverlauf in Kugelschalen unter symmetrischer Belastung



## principal stress lines in spherical shells under symmetrical loading



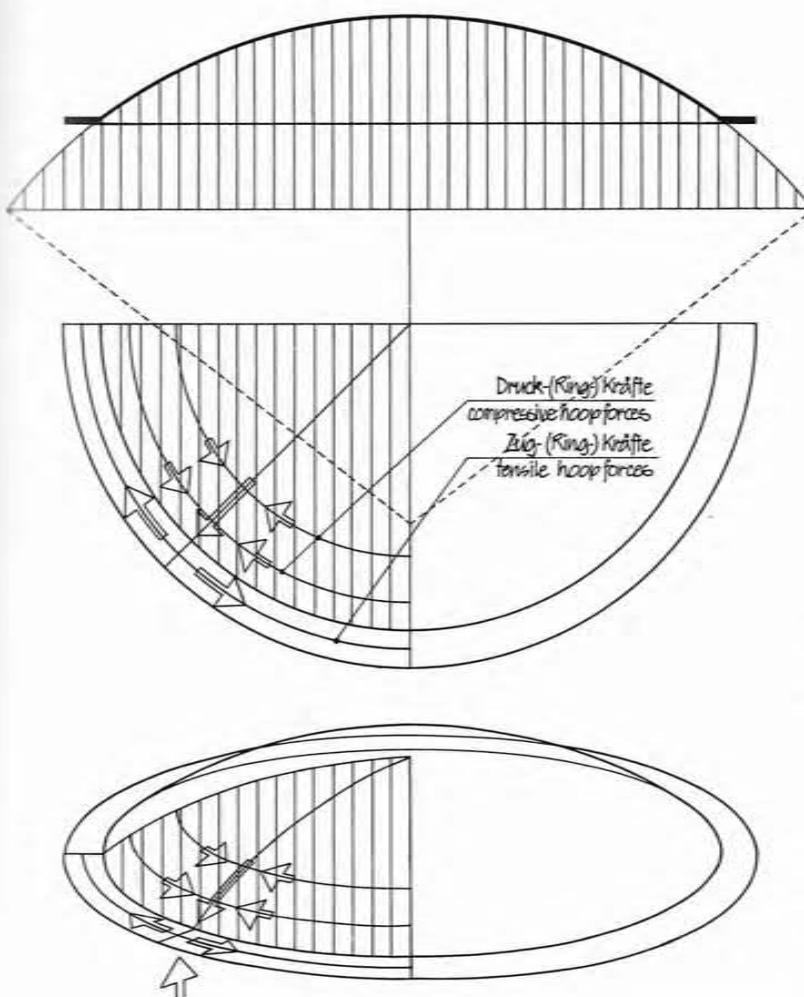
## Biegung des unteren Schalenrandes: Randstörungen



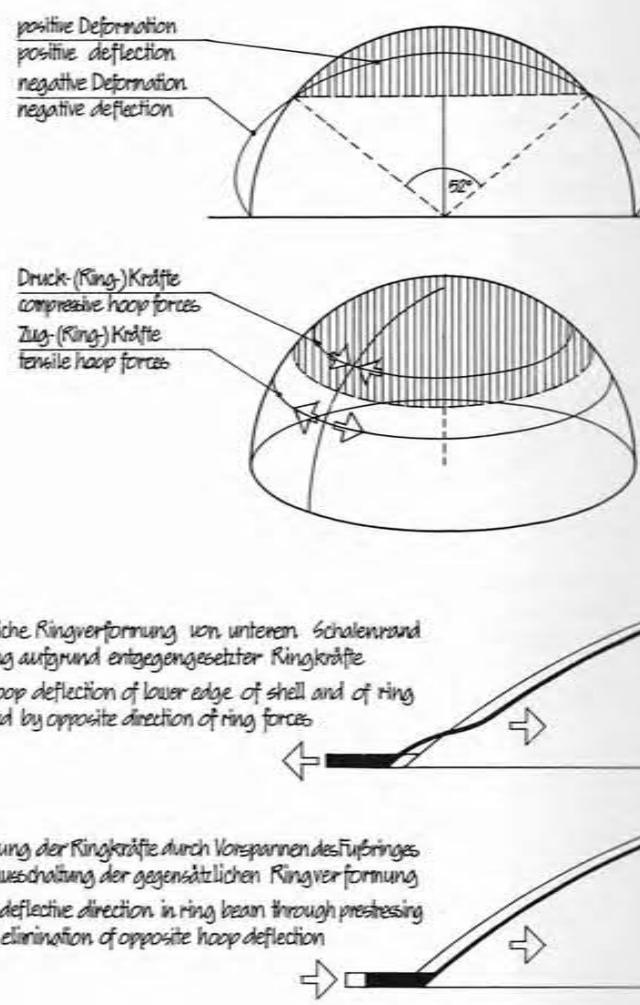
Bei beweglichen Auflager kann sich Schalenrand ungehindert ausdehnen: Reine Membranspannungen. Wird jedoch die Bewegung durch Reibung des Auflagers eingeschränkt, entstehen Biegestörungen. Gleichermaßen tritt ein, wenn bei nicht senkrechter Endtangente ein Fußring angeordnet ist, dessen Ausdehnung verschieden von der des unteren Schalenrandes ist

with flexible supports lower edge of shell can expand freely: only membrane stresses. however, if this motion is obstructed by friction of the supports bending disturbance is introduced. the same will be the case when, for non-vertical final tangent of edge a ring beam is built in which the expansion differs from that of the lower edge of the shell

## Reduzierung der Randstörungen durch Vorspannen des Fußringes



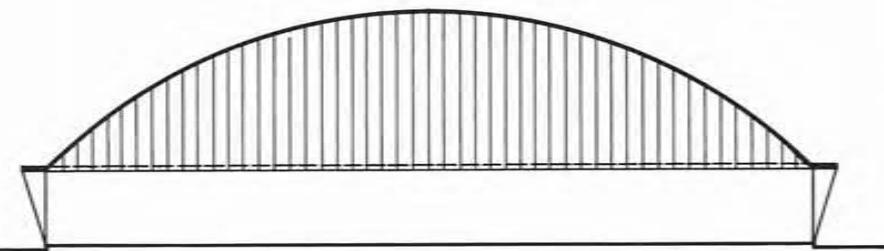
## reduction of edge disturbances through prestressing of ring beam



Gegensätzliche Ringverformung von unterem Schalenrand und Fußring aufgrund entgegengesetzter Ringkräfte  
opposite hoop deflection of lower edge of shell and of ring beam caused by opposite direction of ring forces

Gleichrichtung der Ringkräfte durch Vorspannen des Fußringes und damit Ausschaltung der gegensätzlichen Ringverformung  
reversal of deflective direction in ring beam through prestressing and hence elimination of opposite hoop deflection

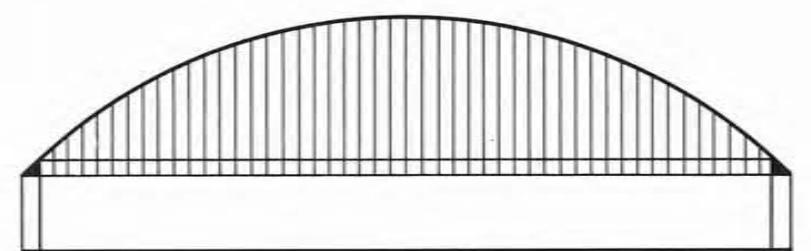
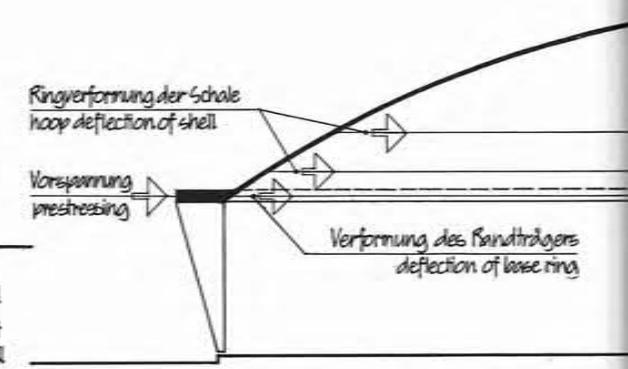
Ausbildung der unteren Randzone bei flachen Kugelschalen



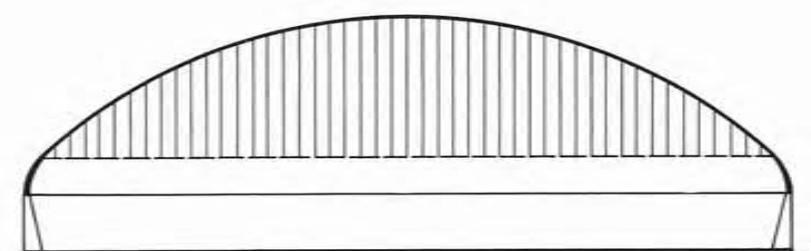
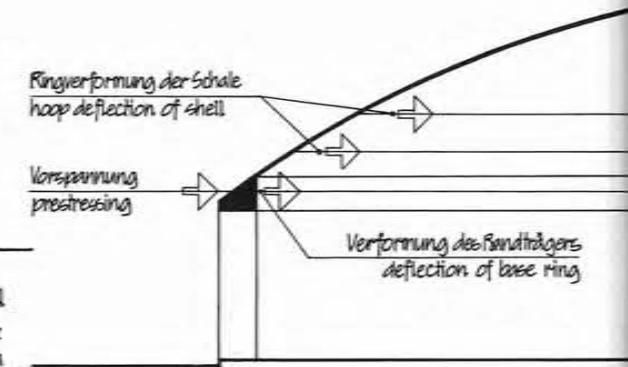
Vorspannen von außen gelegenen Ringträger

Zentrifugale Verformung des Zugringes wird umgekehrt und mit zentripetaler Schalenverformung gleichgerichtet  
centrifugal deflection of tension ring will be reversed to follow centripetal hoop deflection of lower edge of shell

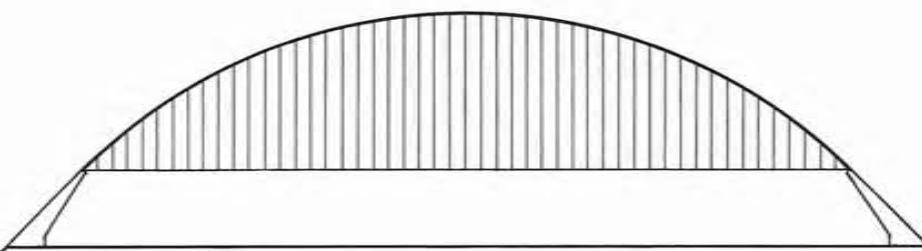
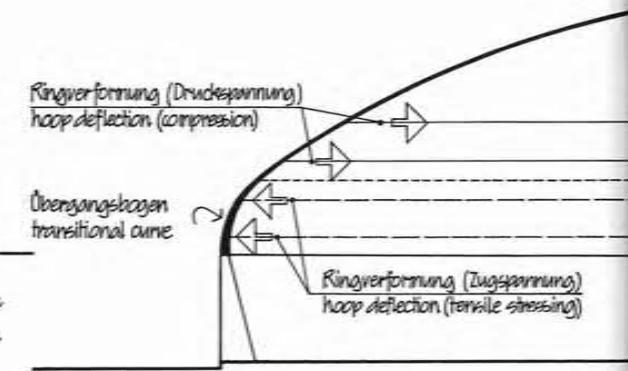
design of lower edge in low-rise spherical shell



Vorspannen von innengelegenen Ringträger

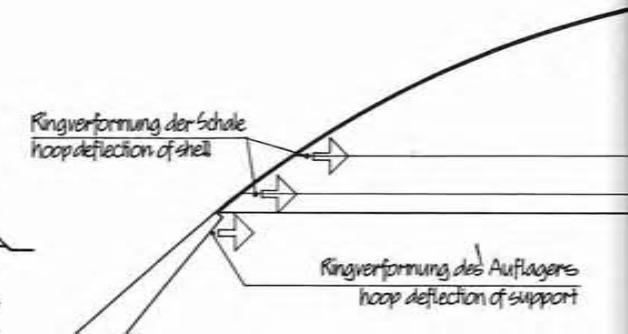
Mechanismus zur Vermeidung von Randstörungen beruht wie oben auf Umkehrung der Verformungstendenz  
mechanism for elimination of edge disturbances is based as above upon reversing the tendency of deflection

Senkreches Abschließen mit Übergangsbogen

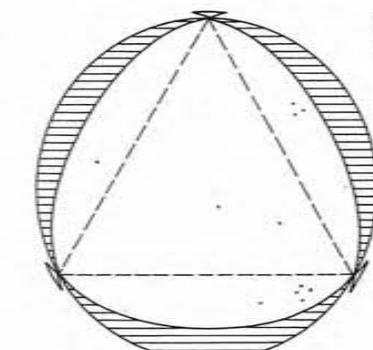
Wechsel von zentripetaler auf zentrifugale Ringverformung erfolgt allmählich und innerhalb der Schale  
change from centripetal to centrifugal hoop deflection occurs gradually and within the shell (as in hemisphere)

Tangentialen Schrägstellen der Unterstützung

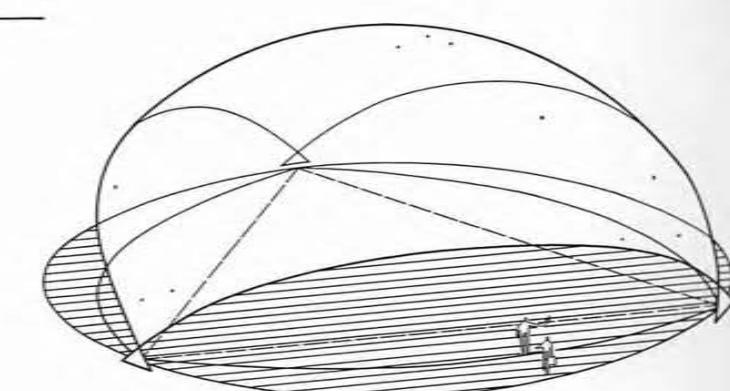
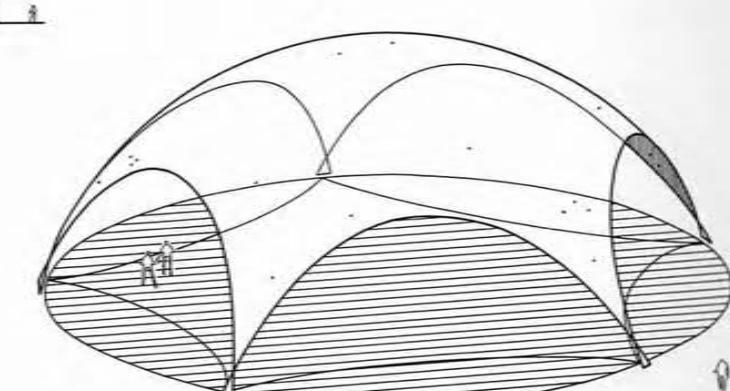
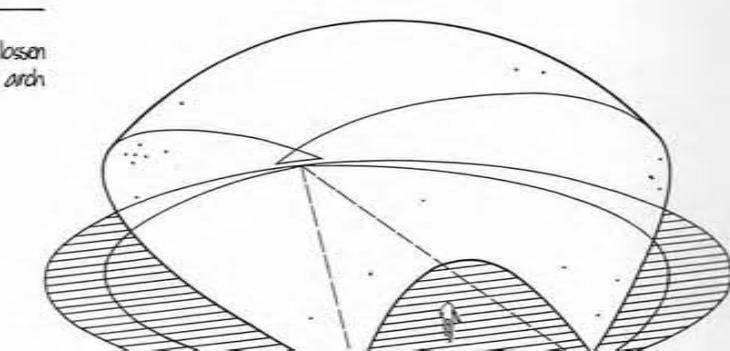
Einwärtsneigung der Auflager, leicht nach außen geneigte Trennwände dienten dazu, eine Auswärtsneigung des unteren Außenrandes des



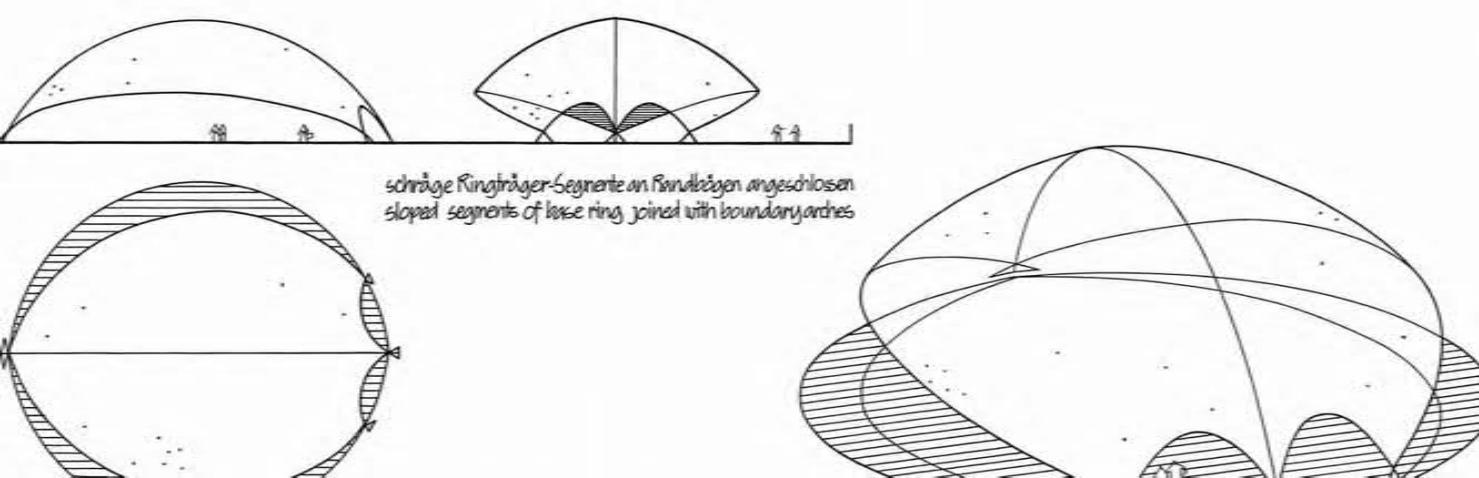
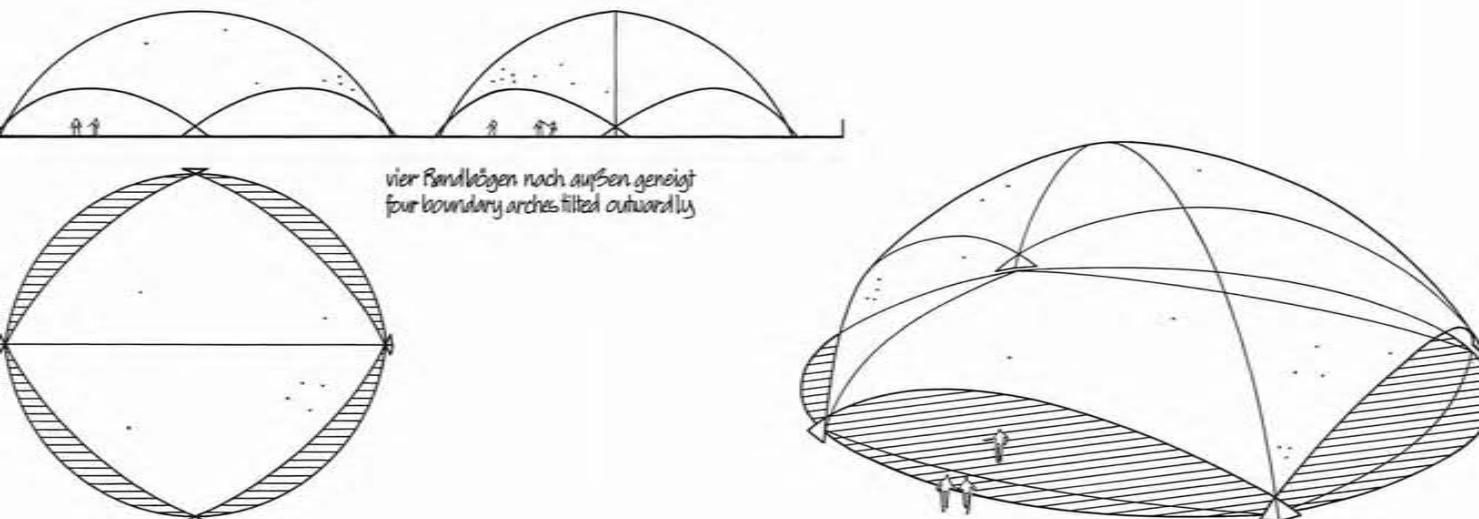
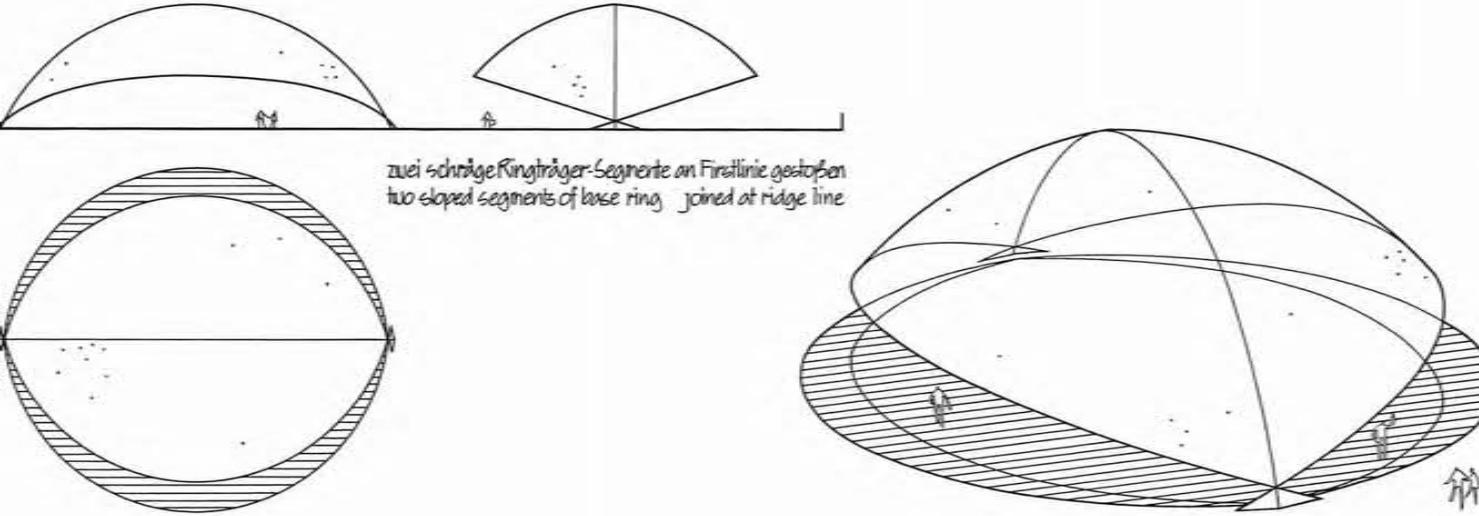
Systeme der Raumbildung mit einer Kugelfläche

drei Randbögen nach außen geneigt  
three boundary arches tilted outwardly

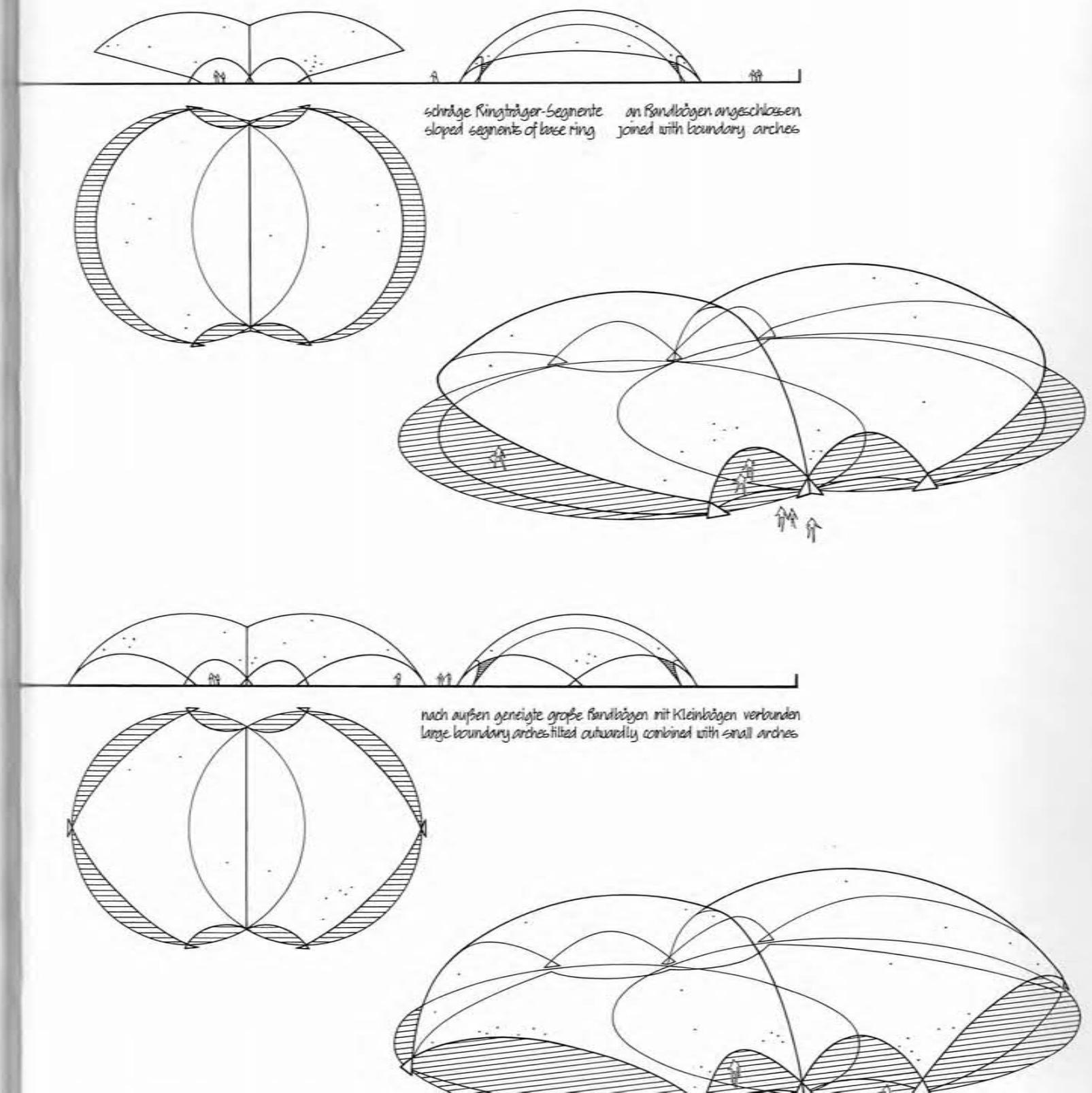
systems of defining space with one spherical surface

fünf Randbögen nach innen geneigt  
five boundary arches tilted inwardlyschräge Ringträger-Segmente an Randbögen angeschlossen  
sloped segments of base ring joined with boundary arch

Systeme der Raumbildung mit zwei Kugelflächen in Firstfaltung  
systems of defining space with two spherical surfaces in ridge folding

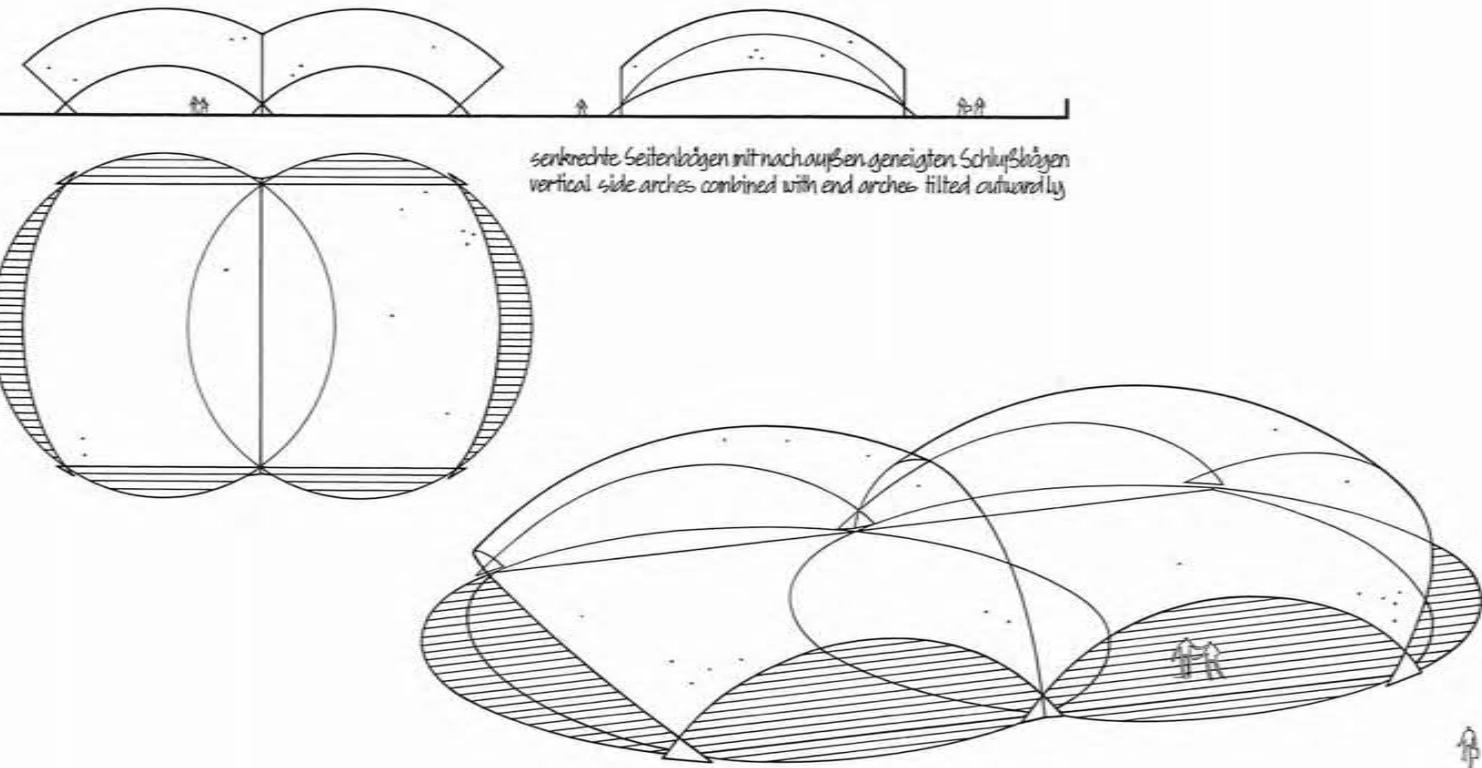


Systeme der Raumbildung mit zwei Kugelflächen in Kehlverbindung  
systems of defining space with two spherical surfaces joined in valley



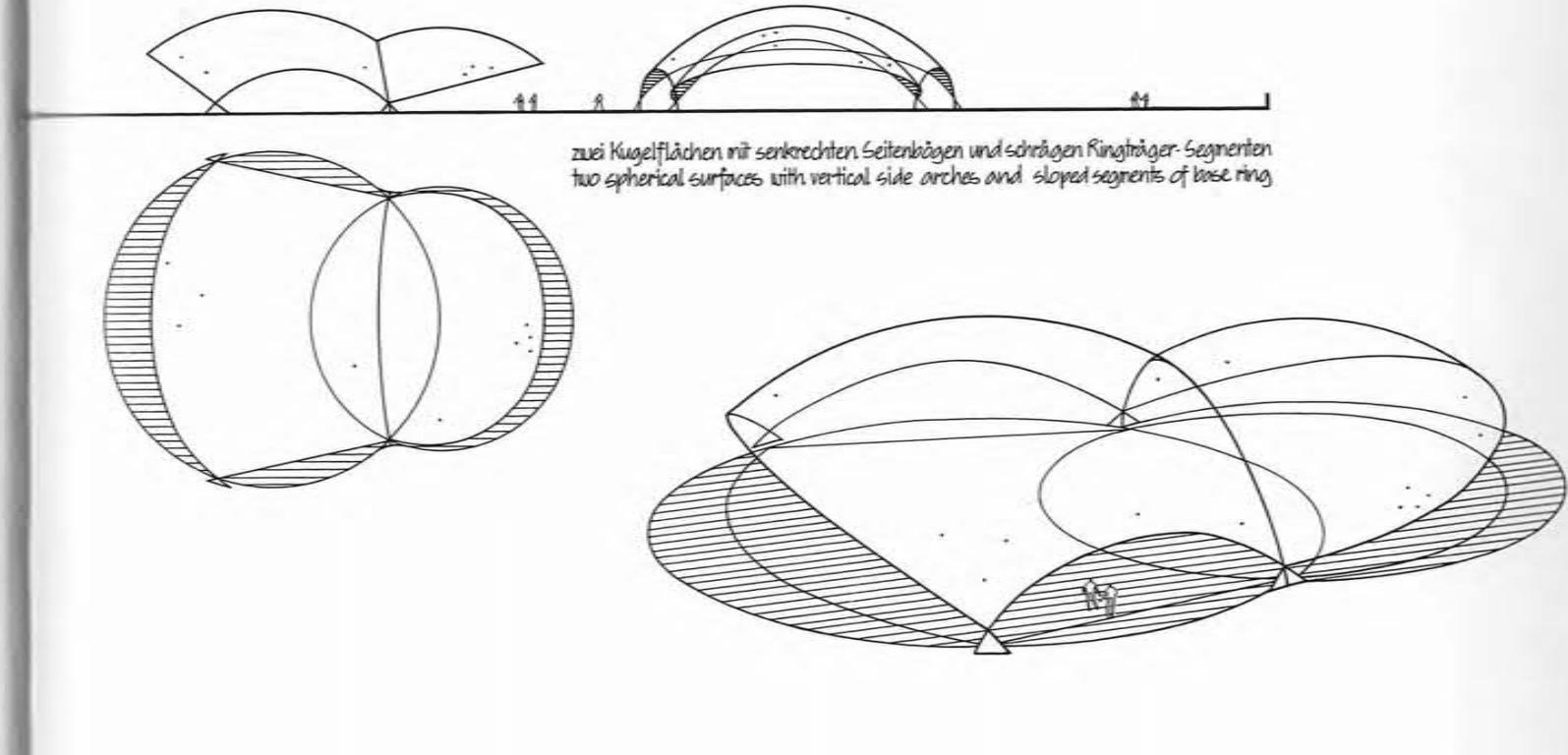
Systeme der Raumbildung mit zwei Kugelflächen in Kehlverbindung

systems of defining space with two spherical surfaces joined in valley

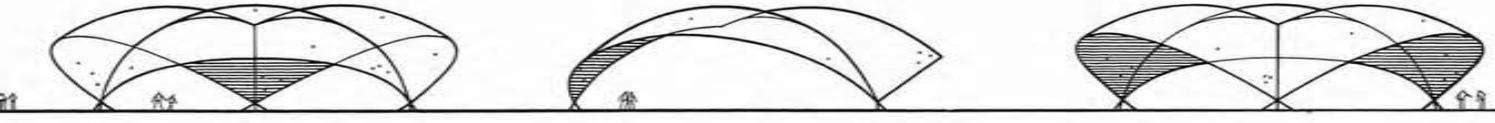


Systeme der Raumbildung mit Kugelflächen ungleicher Krümmung

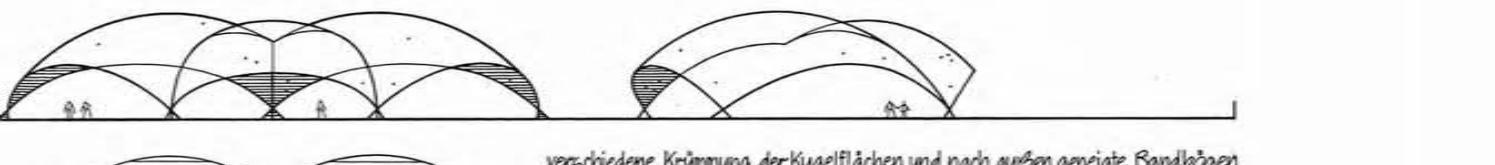
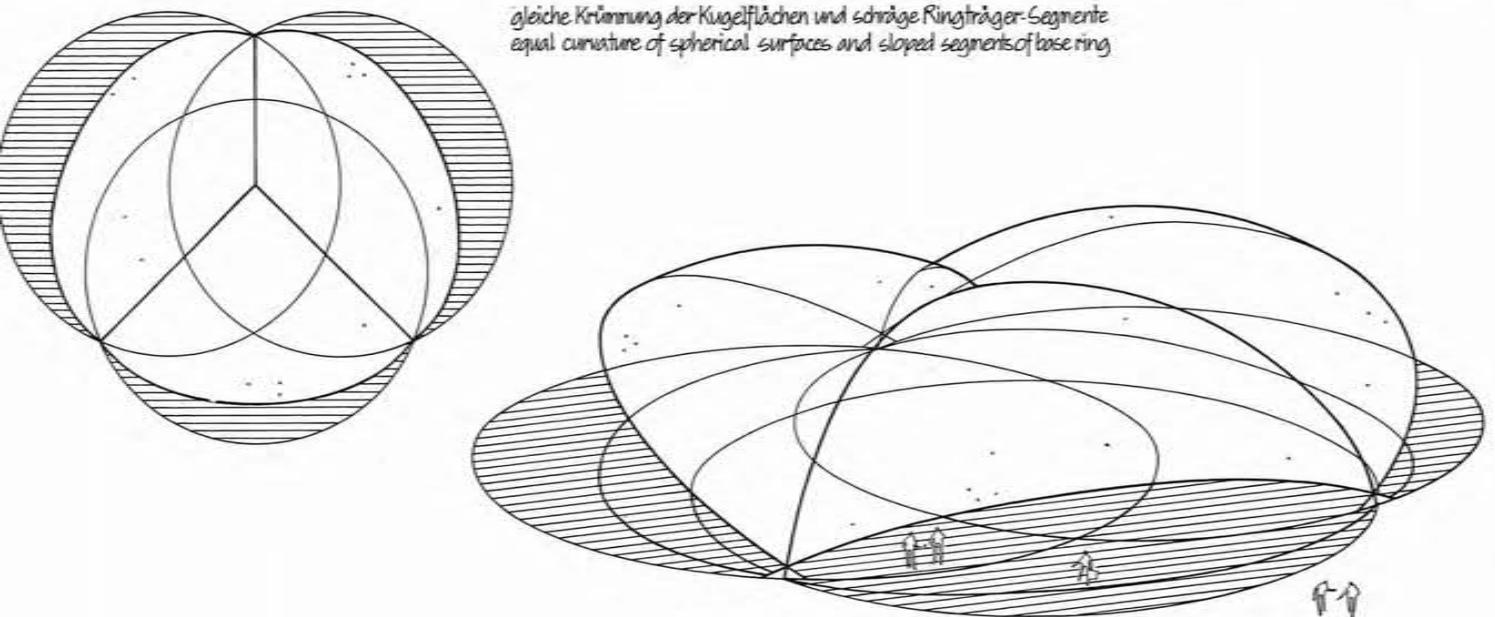
systems of defining space with spherical surfaces of different curvature



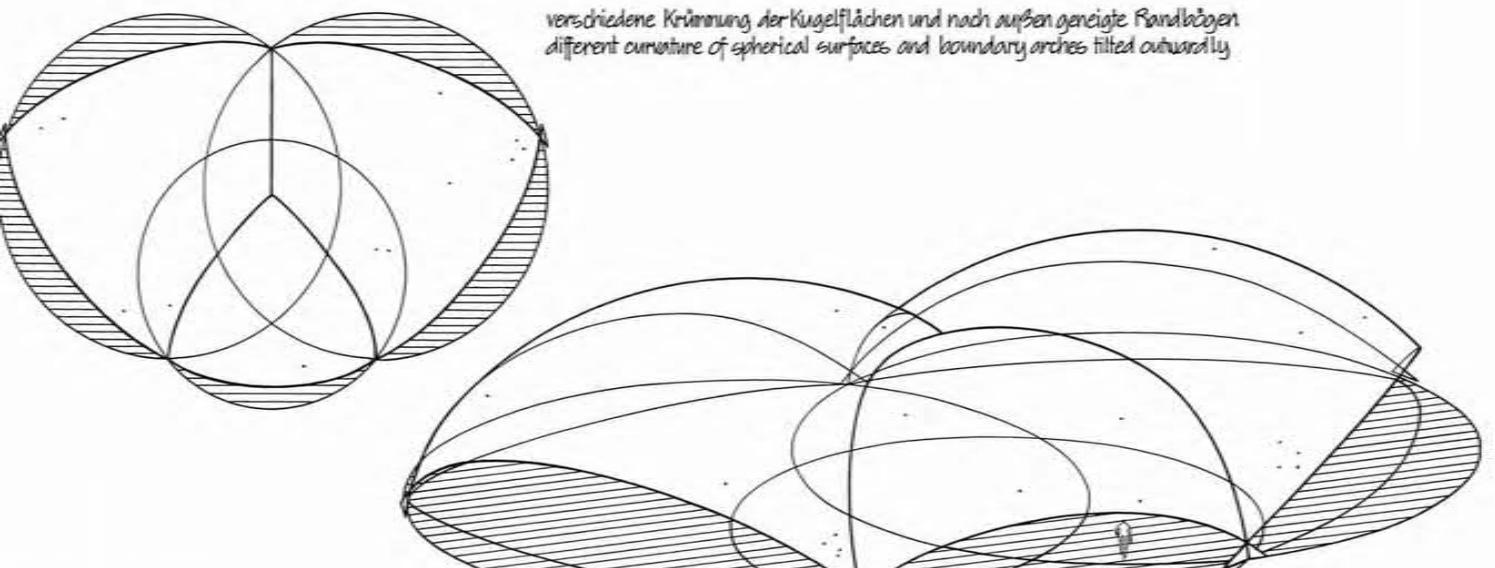
Systeme der Raumbildung mit drei Kugelflächen in Kehlverbindung systems of defining space with three spherical surfaces joined at valley



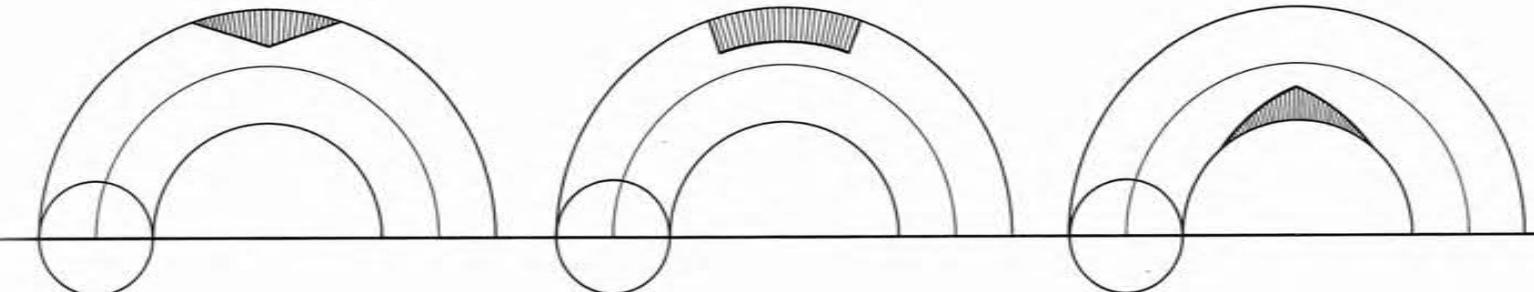
gleiche Krümmung der Kugelflächen und schräge Ringträger-Segmente  
equal curvature of spherical surfaces and sloped segments of base ring



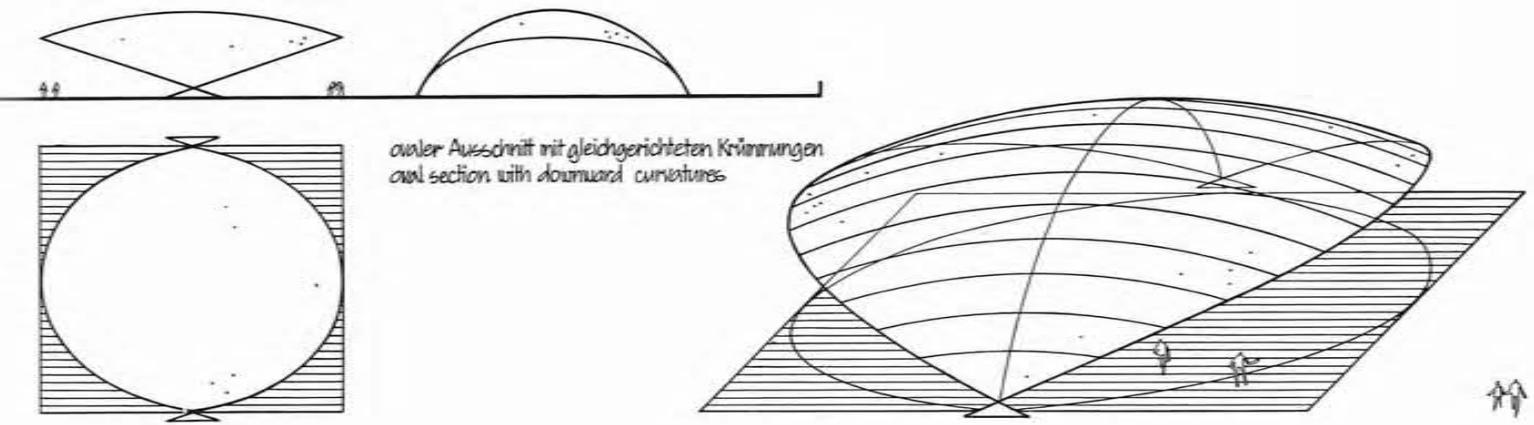
verschiedene Krümmung der Kugelflächen und nach außen geneigte Randbögen  
different curvature of spherical surfaces and boundary arches tilted outwardly



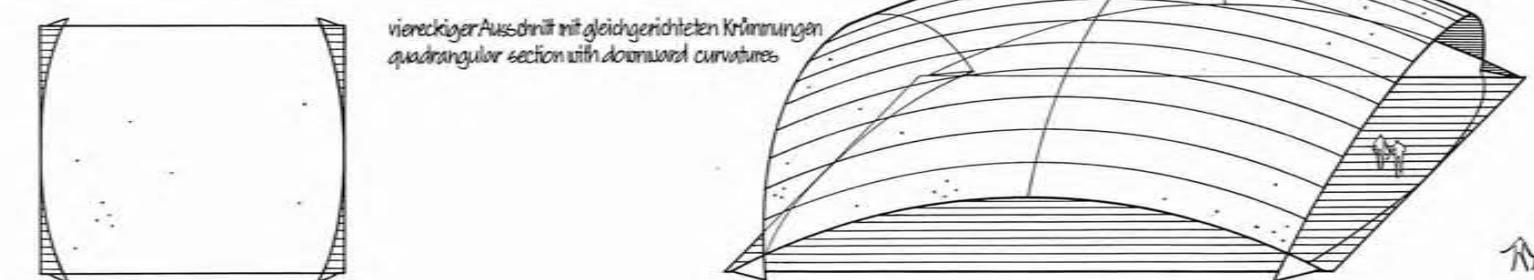
Torus-Ausschnitte für besondere Grundriß-Geometrie



ovaler Ausschnitt mit gleichgerichteten Krümmungen  
oval section with downward curvatures



viereckiger Ausschnitt mit gleichgerichteten Krümmungen  
quadrangular section with downward curvatures



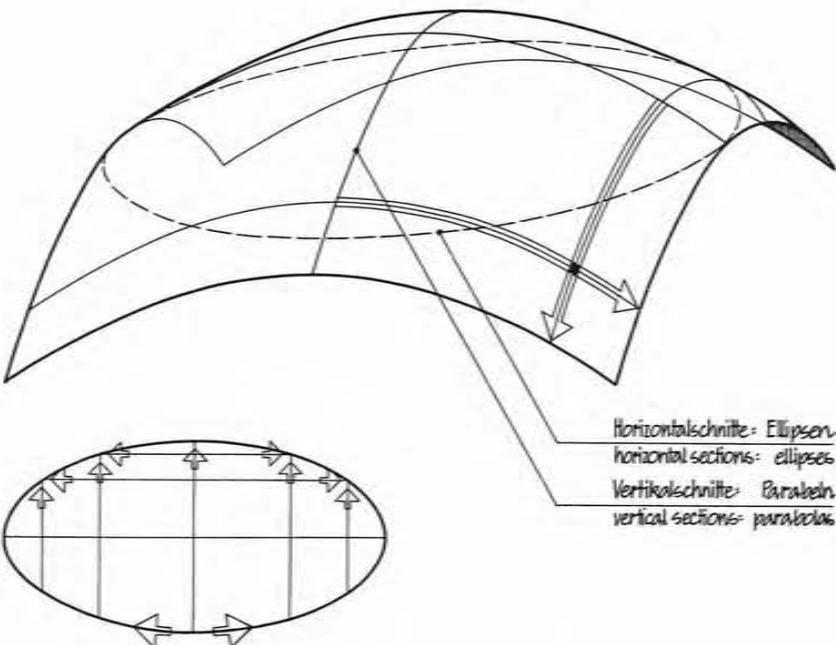
rhombischer Ausschnitt mit gegenseitigen Krümmungen  
rhombic section with opposite curvatures



torus sections for special plan geometry

## Geometrie und Tragmechanismus der Translationsschalen

Flächenerzeugung: eine Translationsfläche entsteht, wenn eine ebene Kurve (Erzeugende) parallel zu sich selbst entlang einer anderen ebenen Kurve (Leitkurve) geführt wird, deren Ebene in allgemeinen rechtwinklig zur Ebene der Erzeugenden liegt.



## geometry and bearing mechanism of translational shells

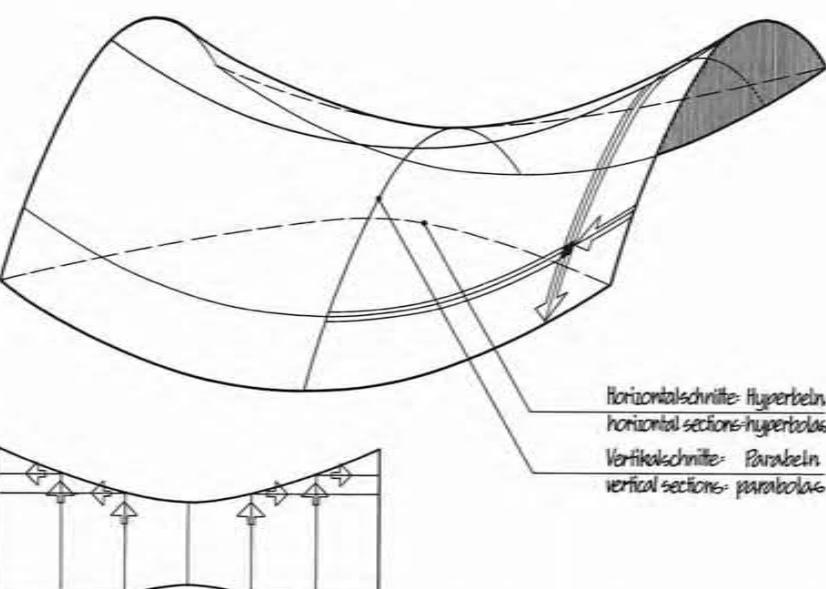
surface generation: a translational surface is generated by moving a plane curve (generatrix) parallel to itself along another plane curve (directrix) that usually is in a plane at right angles to the plane of the generatrix

### Elliptisches Paraboloid

synklastische (= gleichmäßig gekrümmte) Fläche  
synclastic surface (= curvatures in same direction)

Lasten werden durch Bogenmechanismus in zwei Achsen auf Ränder abgetragen. Ränder müssen also den Bogenschub aufnehmen und dementsprechend verstiftet werden. In Falle eines horizontalen unteren Abschlusses muß der Rand die Resultierenden der Bogenkräfte beider Achsen aufnehmen. Weil seine Form (Ellipse) der Kettenlinie für die sich aus Eigengewicht ergebenden Horizontalkräften nahekommt, bleibt der Randbalken weitgehend biegefrei.

loads are transmitted to boundary arches through arch mechanism in two axes. boundaries therefore must receive arch thrust and must be stiffened accordingly. in case of horizontal termination of lower edge. the edge must receive the resultants from the arch forces of both axes. because its form (ellipse) approximates the funicular tension curve for horizontal components resulting from dead weight, the edge beam remains largely free of bending.



Hyperbolisches Paraboloid - 'hp'      hyperbolic paraboloid- 'hyper'  
antiklastische (= gegenseitig gekrümmte / Sattel-) Fläche  
anticlastic (saddle) surface (curvatures in opposite directions)

Lasten werden durch Bogenmechanismus in der einen Achse und Hängemechanismus in der anderen auf Ränder abgetragen. Ränder müssen also Bogenschub in der einen Achse und Hängezug in der anderen aufnehmen. In Falle eines horizontalen unteren Abschlusses muß der untere Rand die Resultierenden aus Schub und Zug aufnehmen. Wegen seiner Bogenform (Hyperbel) kann Randträger diese Horizontalkräfte ohne größere Biegung auf Ecken abtragen.

loads are transmitted to boundary arches through arch mechanism in the one axis and suspension mechanism in the other. boundaries therefore must receive arch thrust in the one axis and suspension pull in the other. in case of horizontal termination of lower edge, the edge must receive the resultants of both thrust and pull. because of its arch shape the edge beam can transmit these horizontal forces to the corners without major bending.

## Geometrie und Tragmechanismus der Translationsschalen

Flächenerzeugung: eine Translationsfläche entsteht, wenn eine ebene Kurve (Erzeugende) parallel zu sich selbst entlang einer anderen ebenen Kurve (Leitkurve) geführt wird, deren Ebene in allgemeinen rechtwinklig zur Ebene der Erzeugenden liegt.

## geometry and bearing mechanism of translational shells

surface generation: a translational surface is generated by moving a plane curve (generatrix) parallel to itself along another plane curve (directrix) that usually is in a plane at right angles to the plane of the generatrix

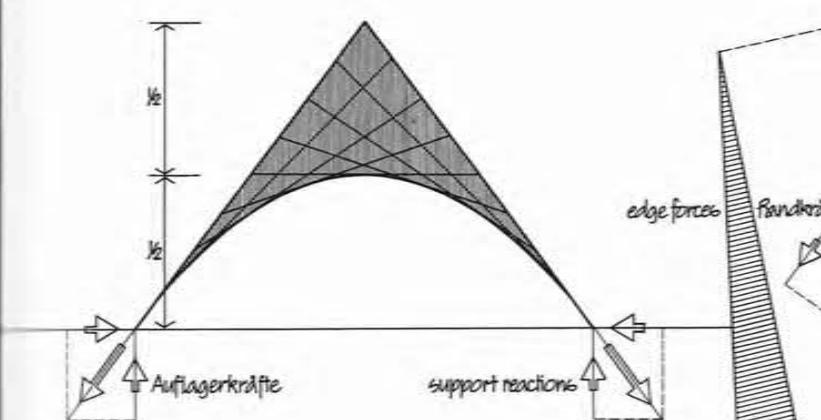
### Elliptisches Paraboloid

synklastische (= gleichmäßig gekrümmte) Fläche  
synclastic surface (= curvatures in same direction)

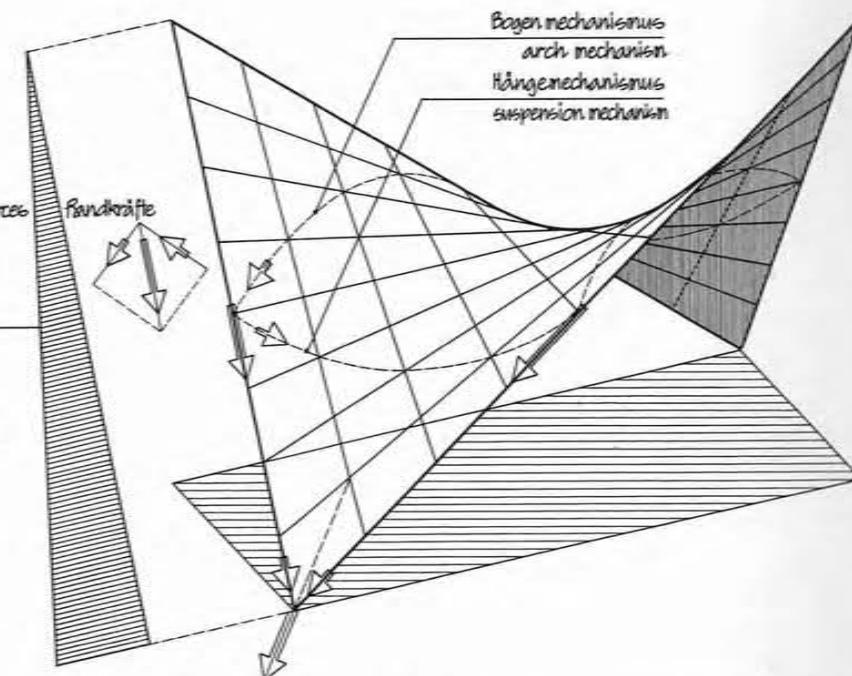
Lasten werden durch Bogenmechanismus in zwei Achsen auf Ränder abgetragen. Ränder müssen also den Bogenschub aufnehmen und dementsprechend verstiftet werden. In Falle eines horizontalen unteren Abschlusses muß der Rand die Resultierenden der Bogenkräfte beider Achsen aufnehmen. Weil seine Form (Ellipse) der Kettenlinie für die sich aus Eigengewicht ergebenden Horizontalkräften nahekommt, bleibt der Randbalken weitgehend biegefrei.

loads are transmitted to boundary arches through arch mechanism in two axes. boundaries therefore must receive arch thrust and must be stiffened accordingly. in case of horizontal termination of lower edge. the edge must receive the resultants from the arch forces of both axes. because its form (ellipse) approximates the funicular tension curve for horizontal components resulting from dead weight, the edge beam remains largely free of bending.

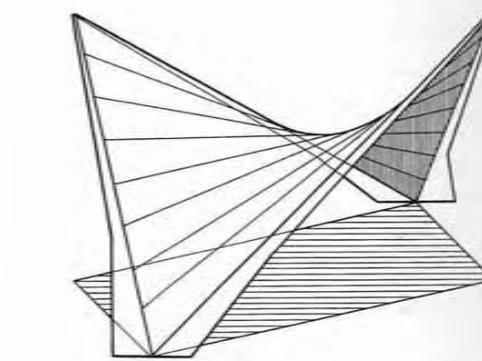
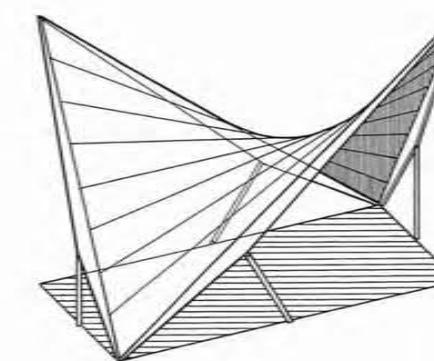
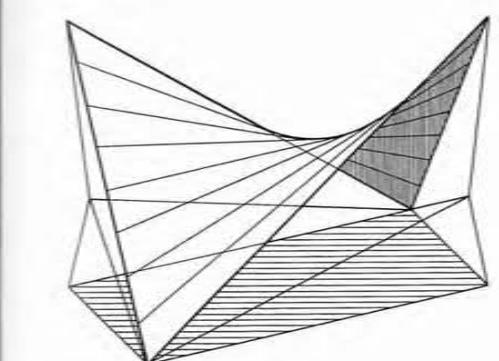
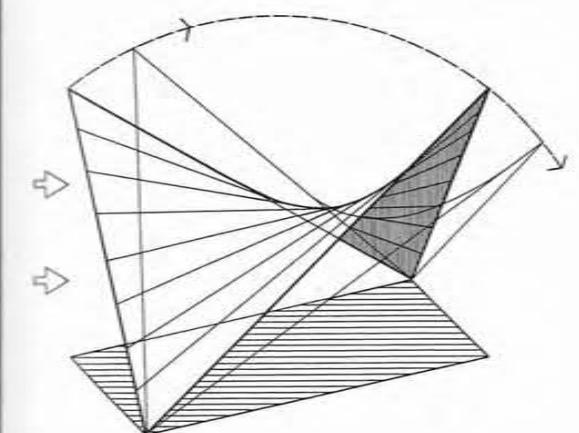
## Tragmechanismus der geradlinig begrenzten 'hp'-Fläche



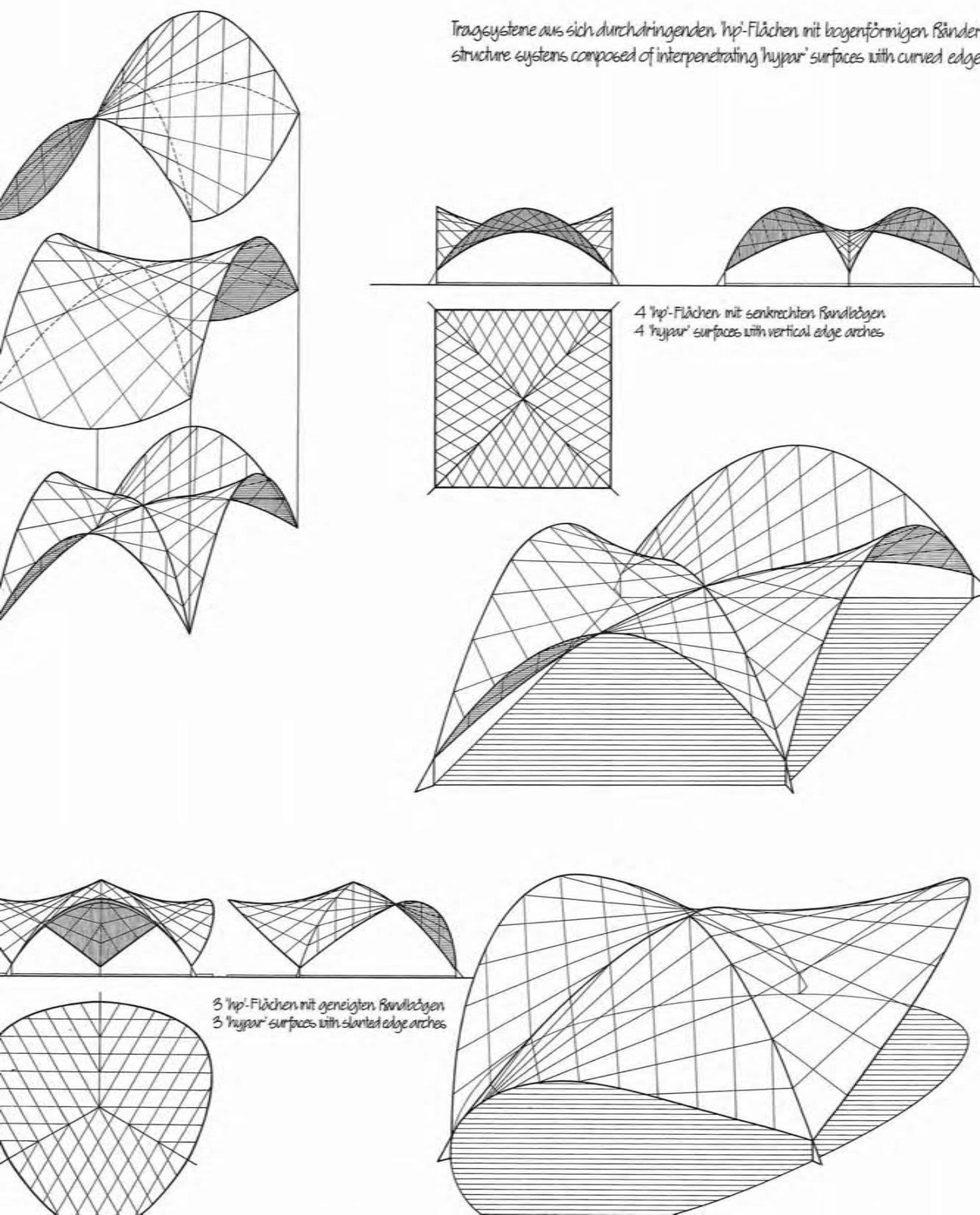
Wegen der schrägen Richtung der Endresultierenden müssen die Auflager auch Horizontalschub aufnehmen.  
because of the inclination of the final resultant the supports must also receive horizontal thrust



Die 'hp'-Schale funktioniert in einer Achse als Bogenmechanismus, in der anderen als Hängemechanismus. Während die Schale unter den Druckkräften in einer Achse sich verformt und sich anschickt nachzugeben, wird sie daran von den Zugkräften in der anderen Achse gehindert. Die Resultierende der Flächenkräfte wirkt in Richtung des Randes. Der Rand bleibt daher biegefrei. the 'hyperbolic paraboloid' (hp) shell functions in one axis as arch mechanism, in the other axis as suspension mechanism. thus while in one axis the shell deflects under compressive stresses and tends to give way, it is prevented from doing so by tensile stresses in the other axis. the resultant of the surface stresses acts in direction of the edge. consequently the edge remains free of bending.

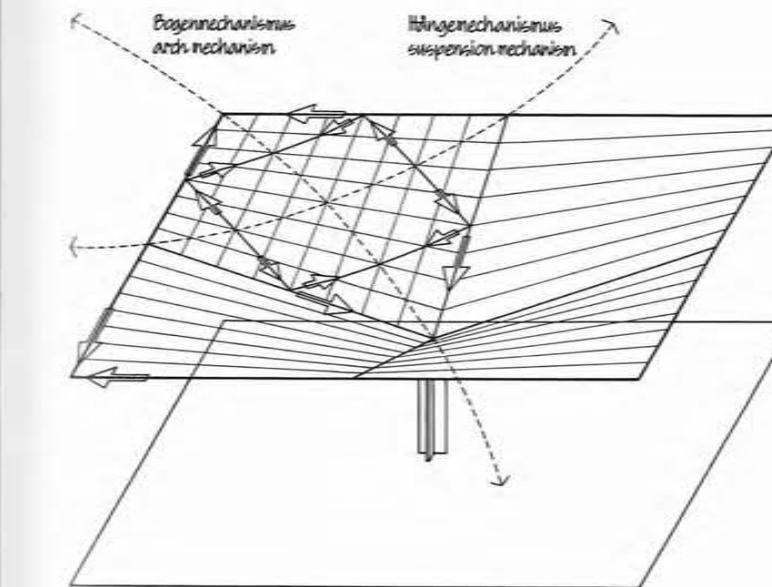


Stabilisierung gegen Kippen der Schale / stabilization against tilting of shell

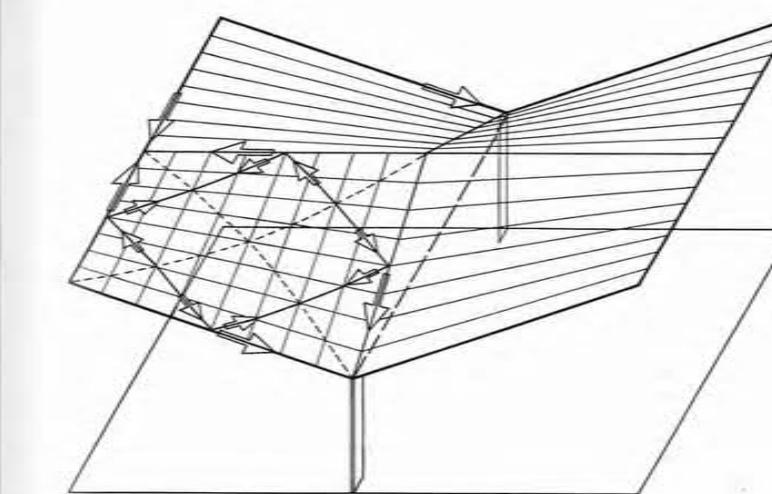


Tragsysteme aus sich durchdringenden 'hp'-Flächen mit bogenförmigen Rändern  
structure systems composed of interpenetrating 'hypar' surfaces with curved edges

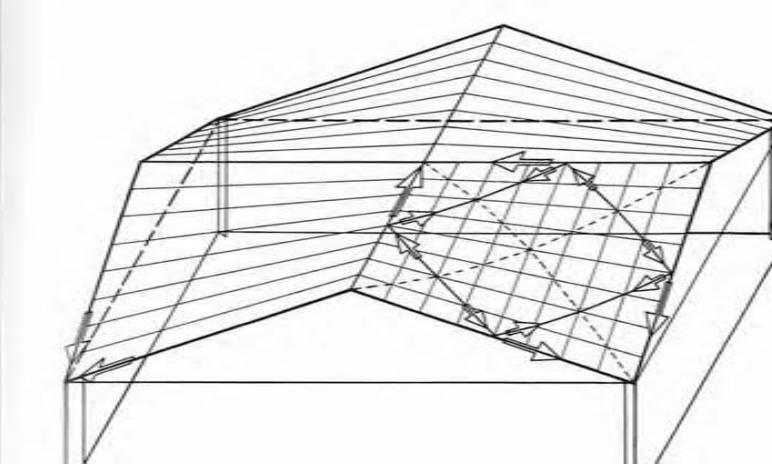
Tragmechanismus der aus 4 'hp'-Flächen zusammengesetzten Systeme / bearing mechanism of systems composed of 4 'hypar' surfaces



Die Resultierenden aus Bogenmechanismus und Hängemechanismus belasten die Ränder auf Zug und die Kehlfalten auf Druck. An den Auflager heben sich die Horizontalkomponenten der Endresultierenden gegenseitig auf.  
the resultants of arch mechanism and suspension mechanism stress the edges with tension and the valley folds with compression. at the supports the horizontal components of the final resultants compensate each other

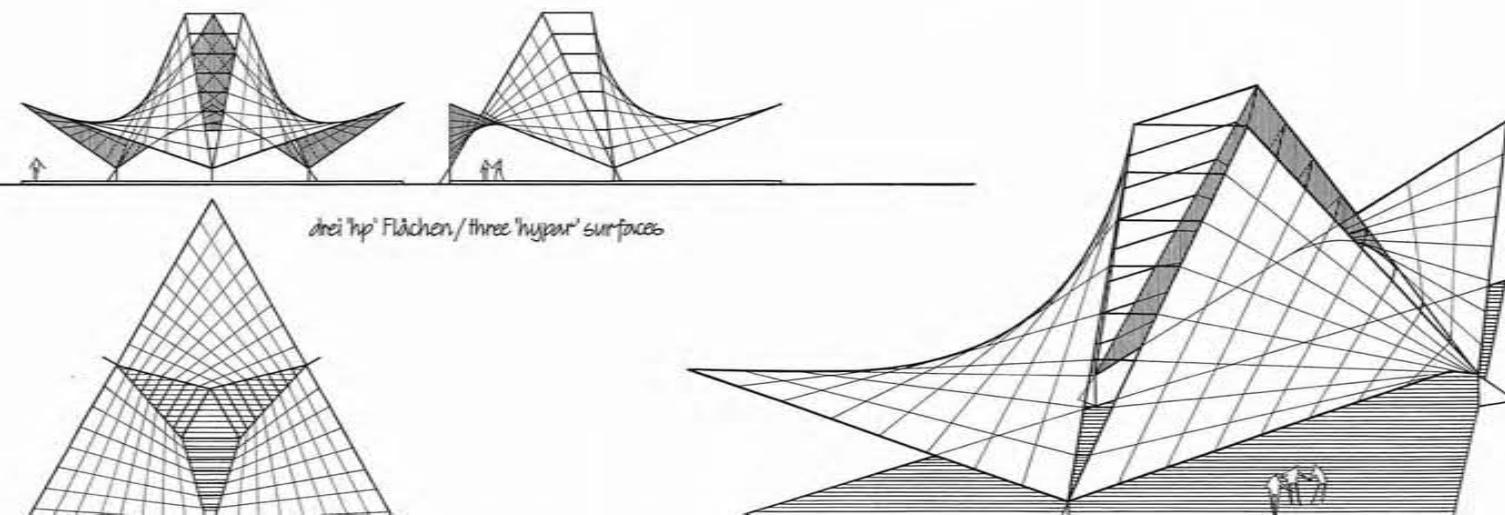
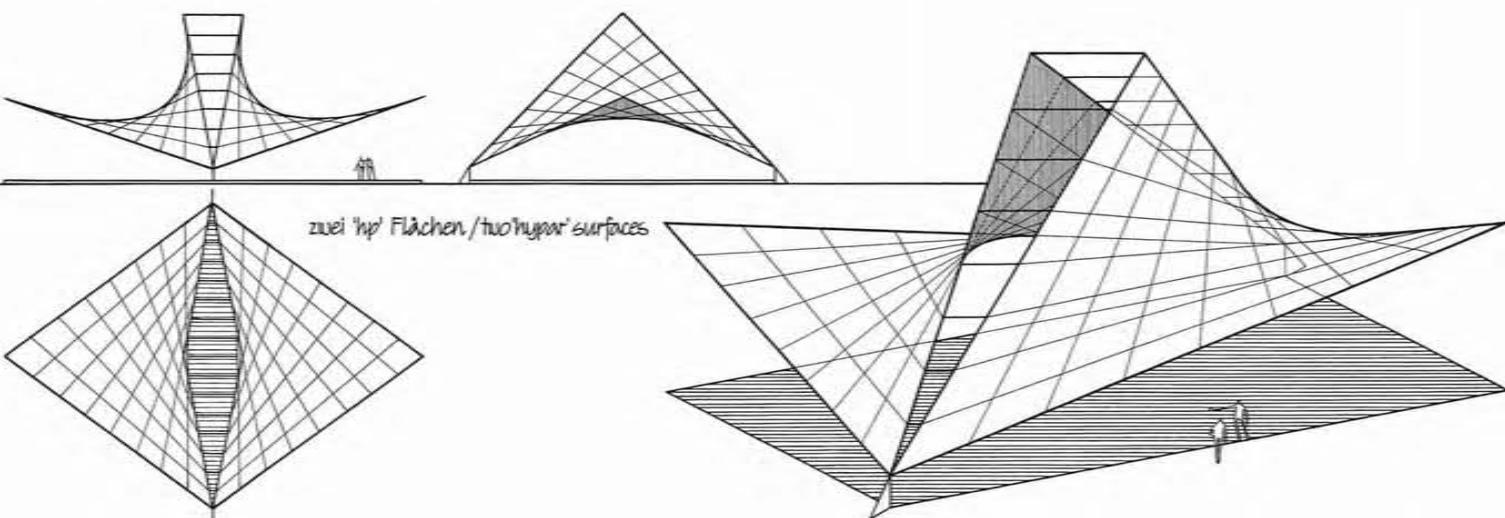
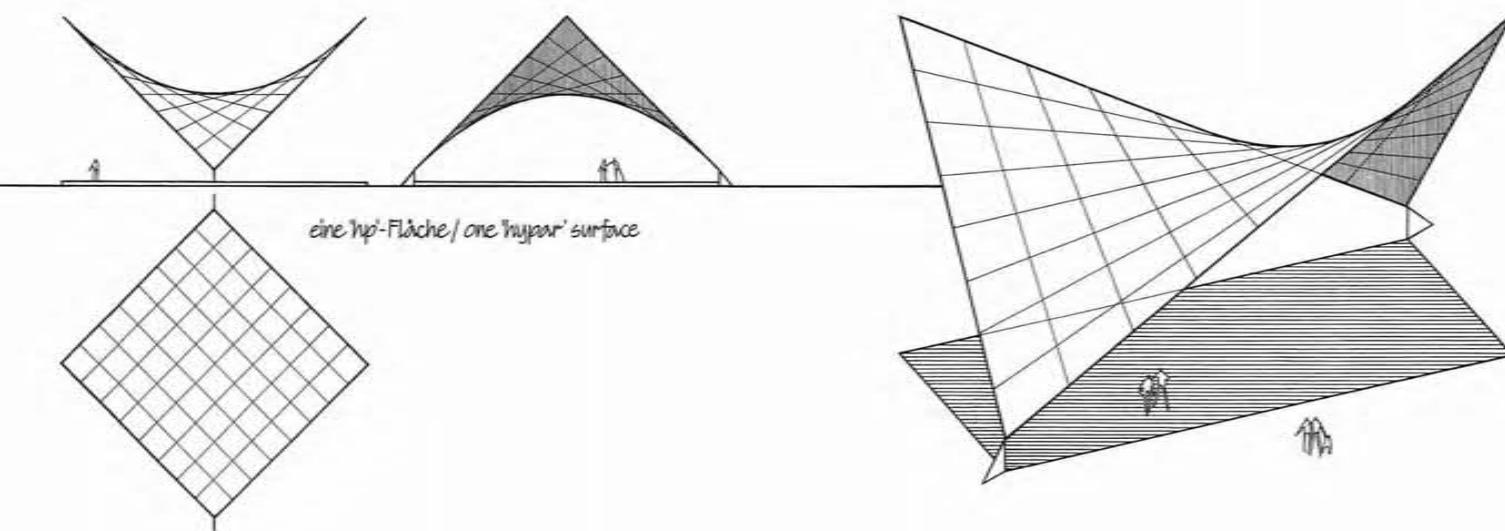


Die Resultierenden aus Bogenmechanismus und Hängemechanismus belasten die Ränder und Kehlfalten auf Druck und die Firstfalten auf Zug. An den Auflager nimmt ein Zugband die Horizontalkomponente der Resultierenden auf.  
the resultants of arch mechanism and suspension mechanism stress the edges and the valley folds with compression and the ridge fold with tension. at the supports a tie member receives the horizontal component of the resultant

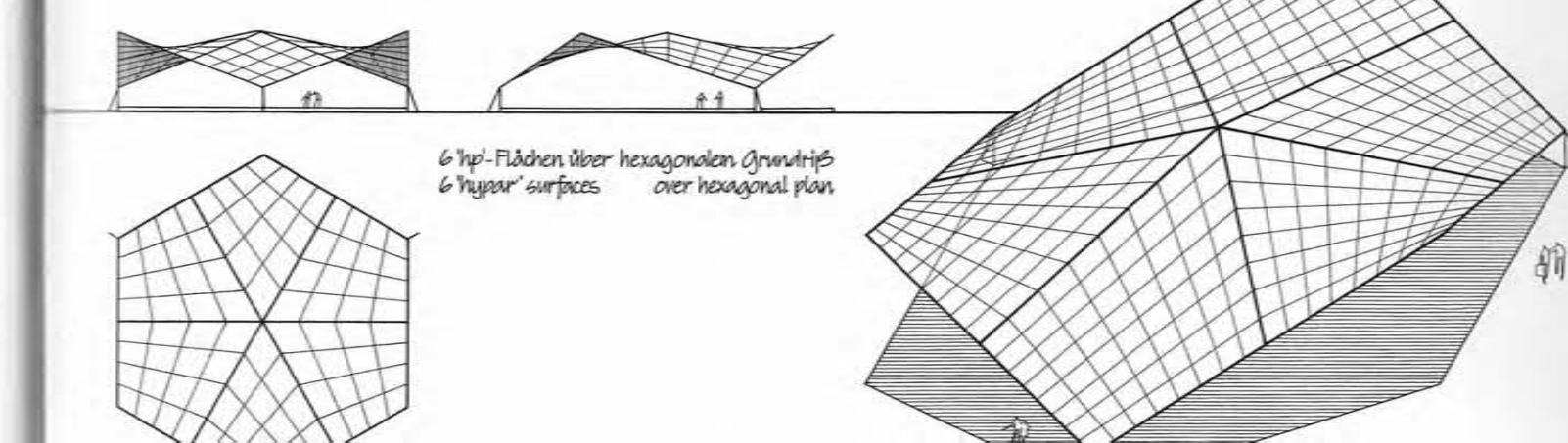
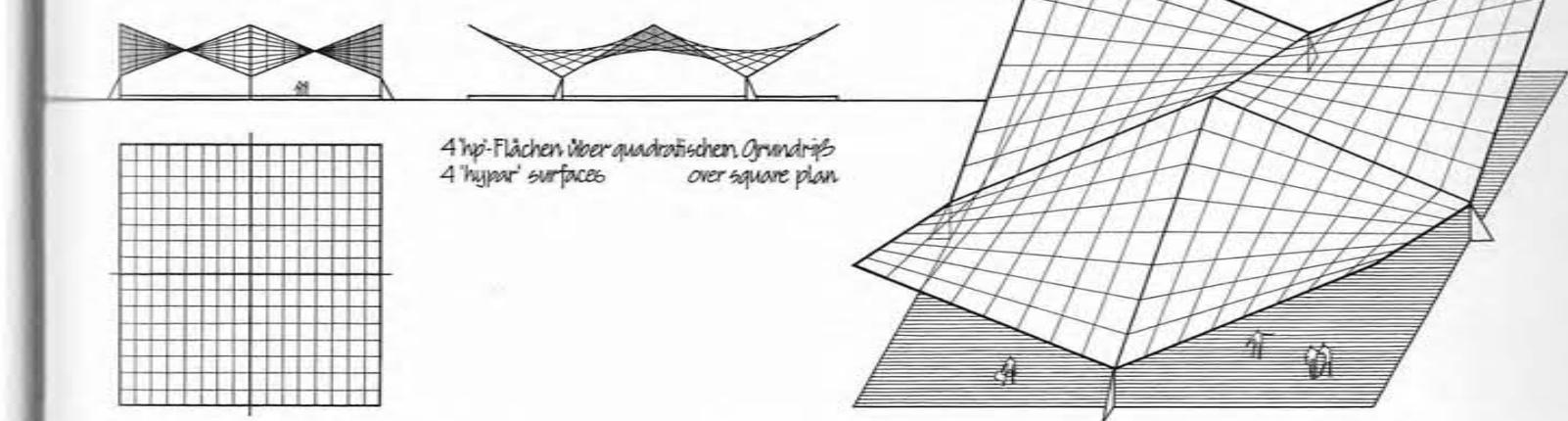
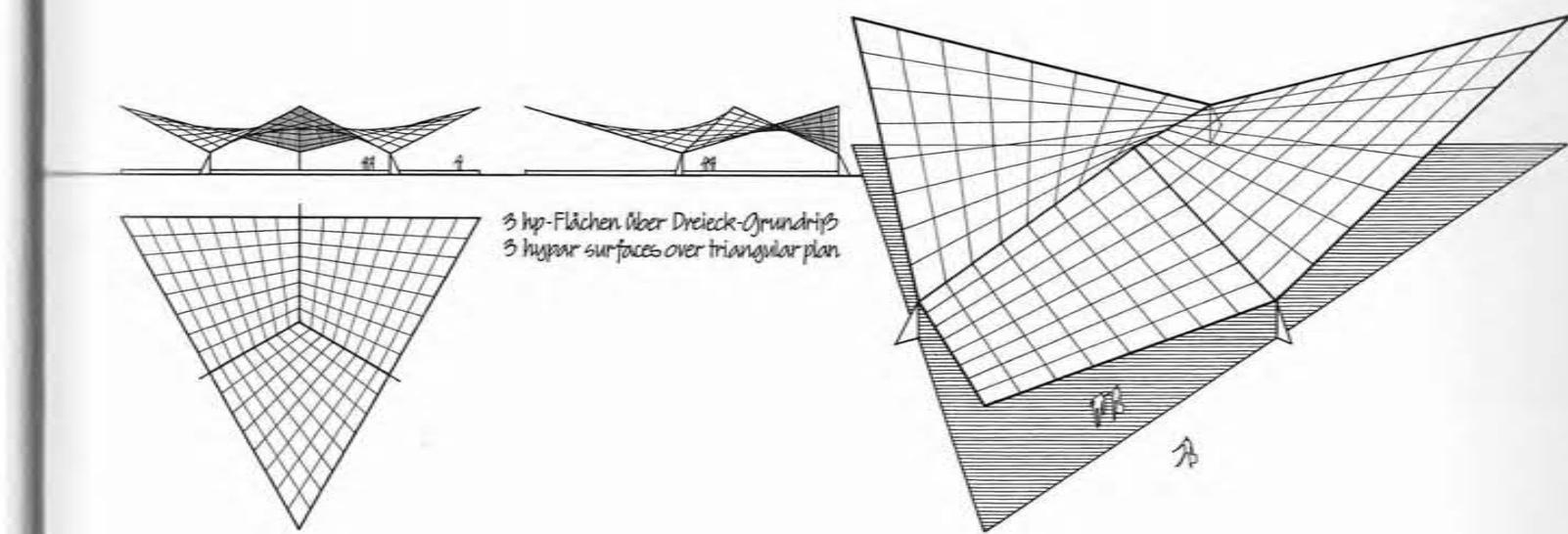


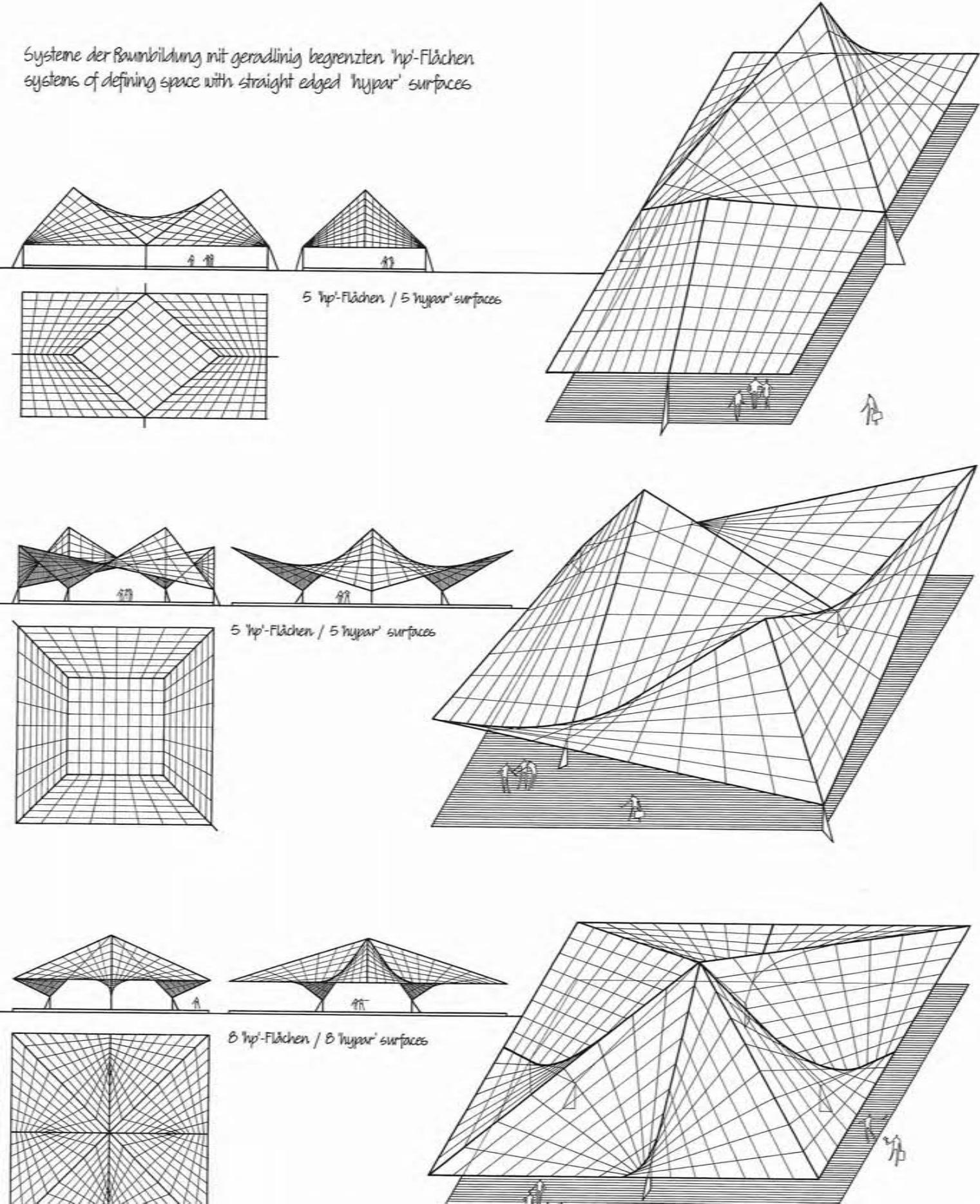
Die Resultierenden aus Bogenmechanismus und Hängemechanismus belasten sowohl die Ränder als auch die Firstfalten auf Druck. An den Auflager nehmen Ingländer die Horizontalkomponenten der Endresultierenden auf.  
the resultants of arch mechanism and suspension mechanism stress both the edges and ridge folds with compression. at the supports tie members receive the horizontal component of the final resultant

Tragsysteme aus einzelnen geradlinig begrenzten 'hp'-Flächen / structure systems composed of single straight-edged 'hyper' surfaces

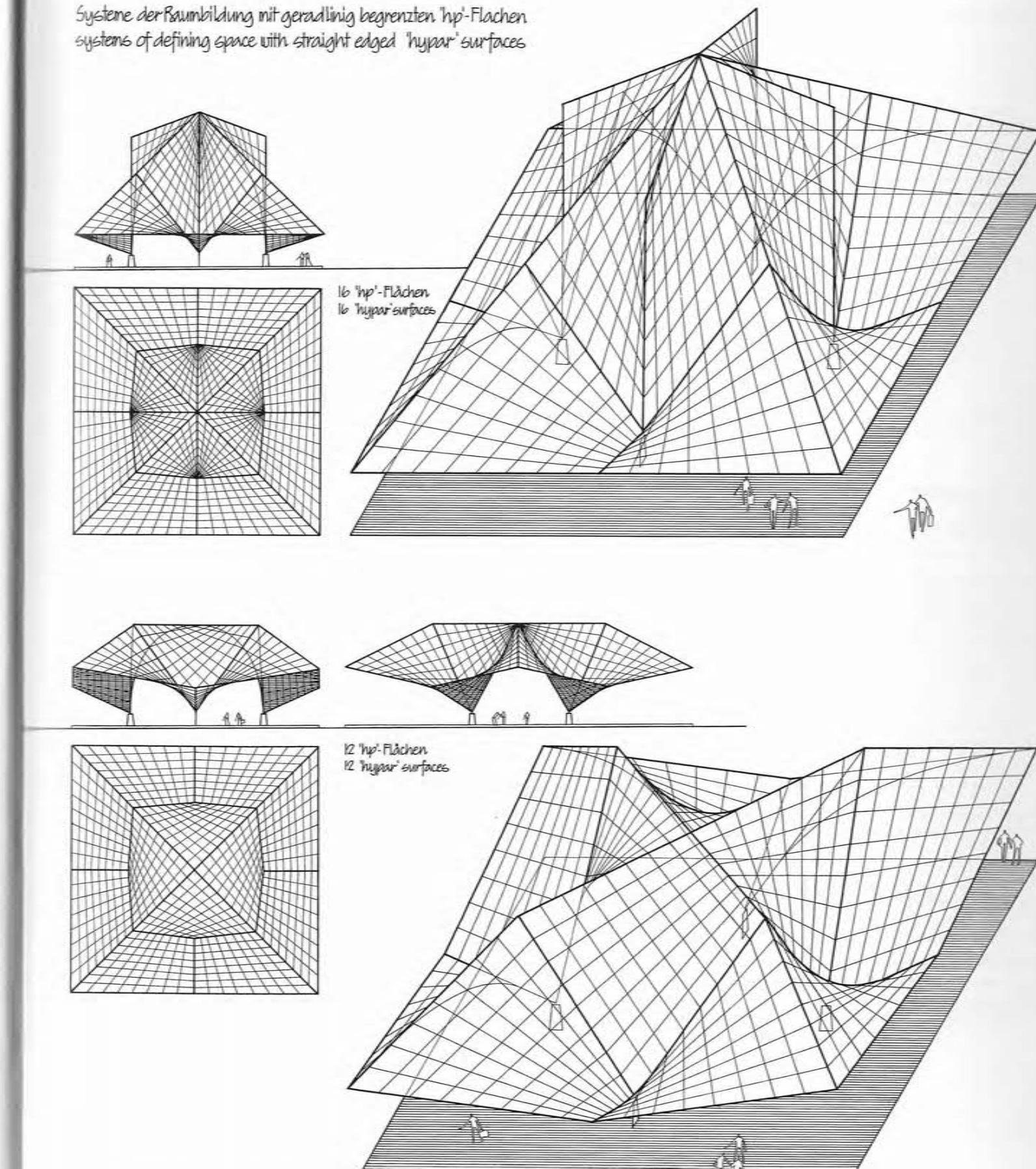


Tragsysteme durch Komposition von geradlinig begrenzten 'hp'-Flächen / structure systems through composition of straight-edged 'hyper' surfaces



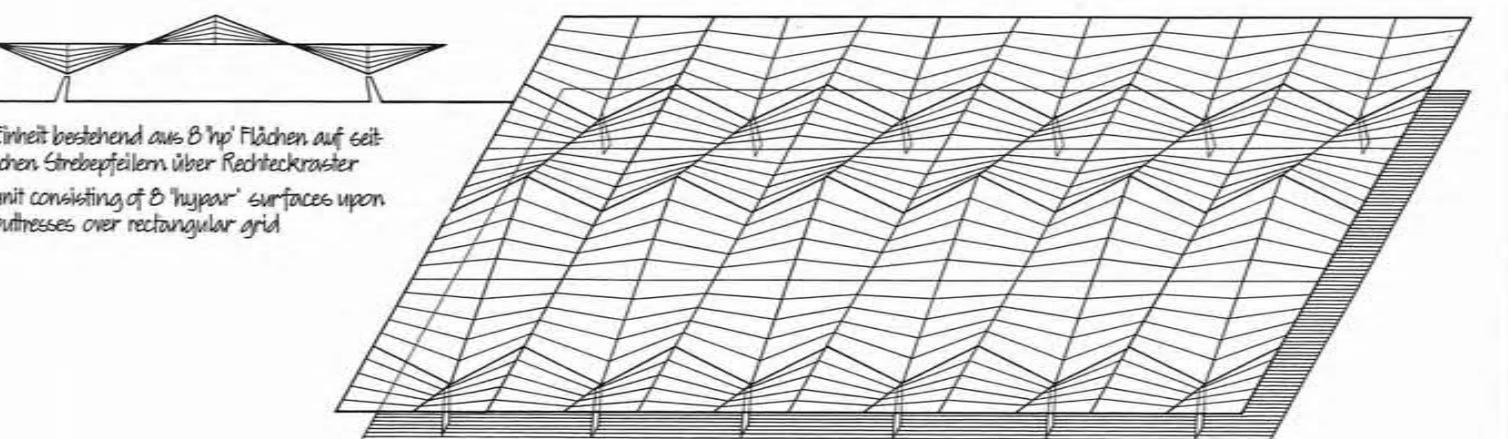
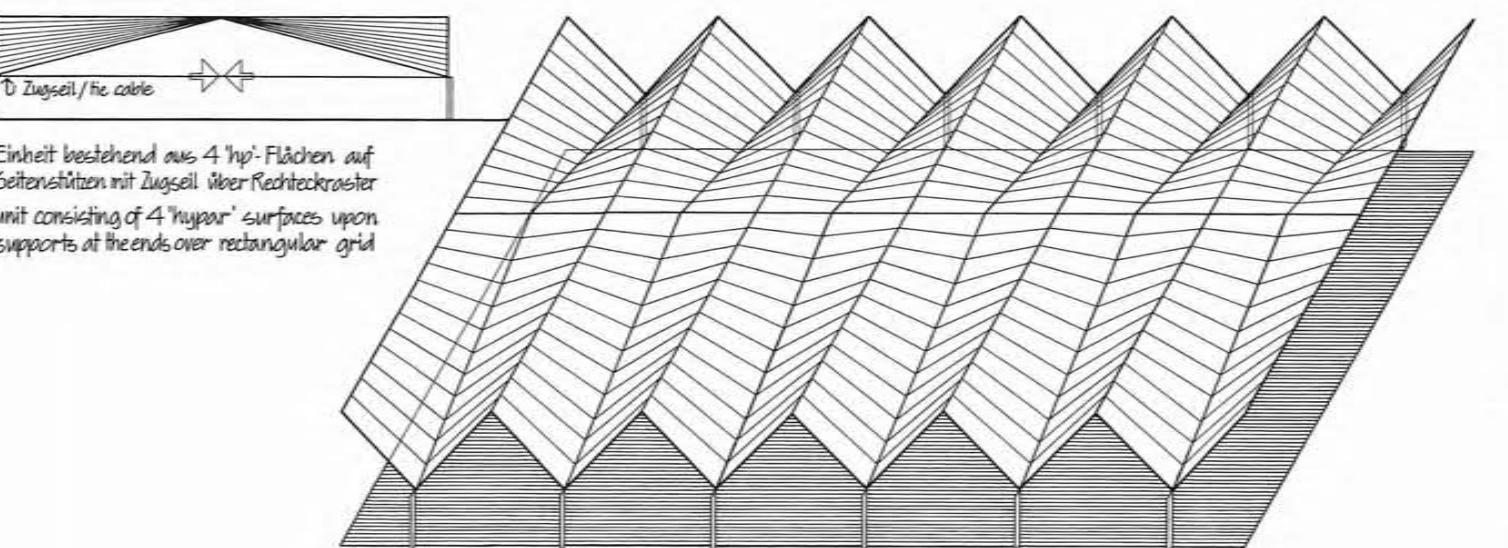
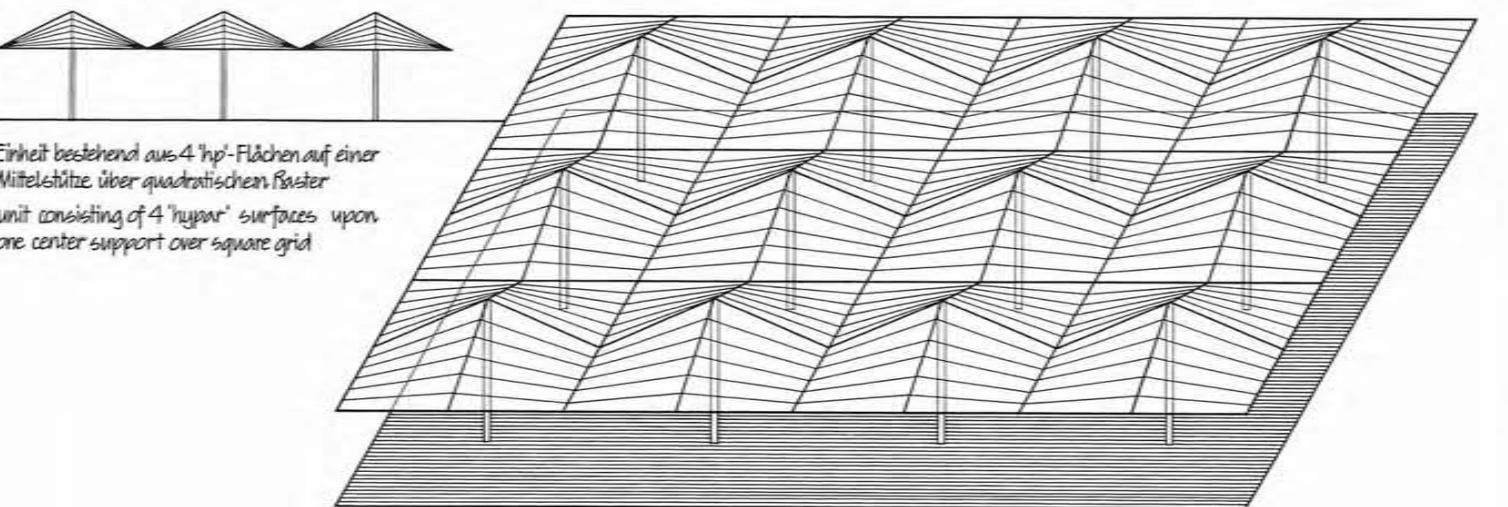


Systeme der Raumbildung mit geradlinig begrenzten 'hp'-Flächen  
systems of defining space with straight edged 'hyperbolic paraboloid' surfaces



Tragsysteme aus 'hp'-Flächen zur Überdachung von Großräumen

'hyper' structure systems for coverage of large scale spaces



Tragsysteme für Großraumdecken mit Lichthindern

structure systems for large scale roofs with window strips

